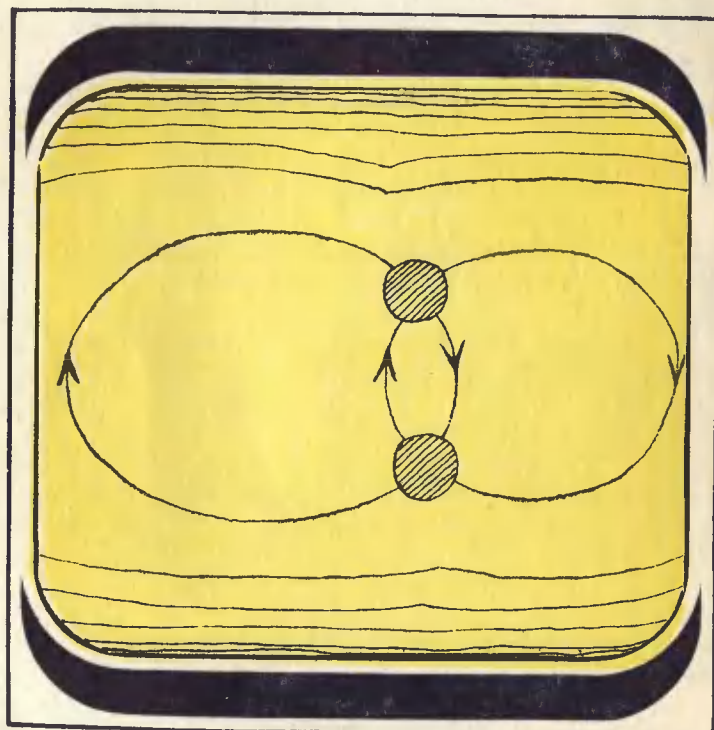


ДОРОГОЙ ЧИТАТЕЛЬ!

Брошюры этой серии в розничную продажу не поступают, поэтому своевременно оформляйте подписку. Подписка на брошюры издательства „Знание“ ежеквартальная, принимается в любом отделении „Союзпечати“.

Напоминаем Вам, что сведения о подписке Вы можете найти в „Каталоге советских газет и журналов“ в разделе „Центральные журналы“, рубрика „Брошюры издательства „Знание“.

Цена подписки на год 1 р. 32 к.



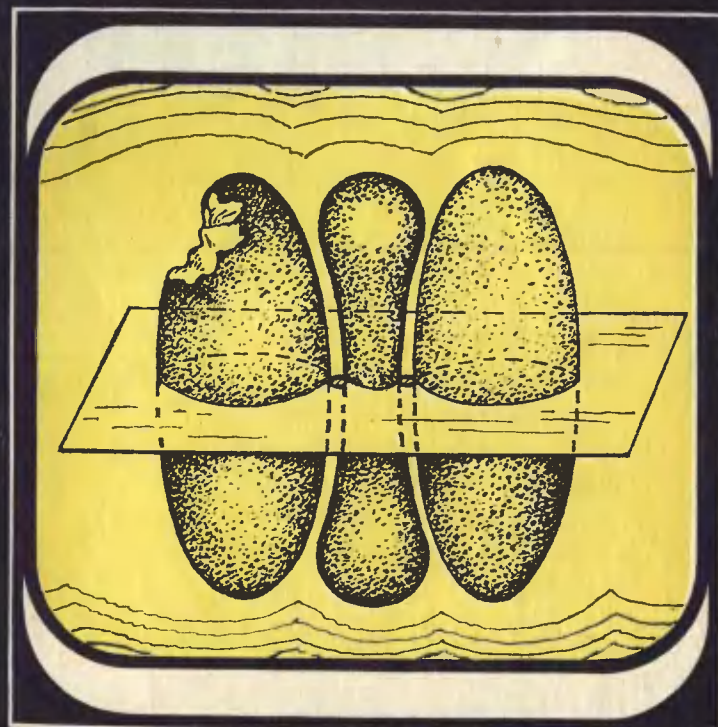
СЕРИЯ
ФИЗИКА

ФИЗИКА

ПОДПИСНАЯ НАУЧНО-ПОПУЛЯРНАЯ СЕРИЯ



1985/9

М.И. Каганов**А.А. Слуцкий****МАГНИТНЫЙ ПРОБОЙ****ЗНАНИЕ**

НОВОЕ В ЖИЗНИ, НАУКЕ, ТЕХНИКЕ

НОВОЕ В ЖИЗНИ, НАУКЕ, ТЕХНИКЕ

ПОДПИСНАЯ НАУЧНО-ПОПУЛЯРНАЯ СЕРИЯ

ФИЗИКА

9/1985

Издается ежемесячно с 1967 г.

М. И. Каганов,

А. А. Слуцкий

МАГНИТНЫЙ ПРОБОЙ

Издательство «Знание» Москва 1985

ББК 32.843.5

К 13

КАГАНОВ Моисей Исаакович — доктор физико-математических наук, профессор, старший научный сотрудник Института физических проблем АН СССР.

СЛУЦКИН Александр Абрамович — доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Физико-технического института низких температур АН УССР.

Рецензент: Алексеевский Н. Е. — член-корреспондент АН СССР, Нижанковский В. И. — кандидат физико-математических наук.

Каганов М. И., Слуцкий А. А.

К 13 Магнитный пробой. — М.: Знание, 1985. — 64 с. — (Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Физика»; № 9).

11 к.

Магнитный пробой — подбарьерный переход между классическими траекториями электронов проводимости в магнитном поле — наблюдается в чистых металлах при температурах, близких к абсолютному нулю. Интерес к магнитному пробое вызван открывающимися возможностями исследования таких черт электронного энергетического спектра металлов, которые недоступны другим методам. В брошюре дано подробное описание магнитного пробоя и явлений, к которым он приводит. Опираясь на качественные представления о движении электронов, объяснены такие удивительные явления, как гигантские квантовые осцилляции проводимости, уникально резкая анизотропия поглощения звука.

Брошюра рассчитана на научных работников, лекторов, слушателей и преподавателей народных университетов.

1704040000

ББК 32.843.5
537

© Издательство «Знание», 1985 г.
www.infanata.org

Слова «магнитный пробой» появились в физической литературе в начале 60-х годов. Что такое магнитный пробой, мы объясним позднее, а пока предостережем читателя от неверной ассоциации — с пробоем в газах или с пробоем диэлектрических изоляционных покрытий. Магнитный пробой — одно из свойств достаточно чистых монокристаллов металлов при достаточно низких температурах, помещенных в достаточно сильное магнитное поле. Все эти «достаточно», конечно, требуют разъяснения. Достаточно низкая температура — температура в несколько абсолютных градусов. Достаточно сильное магнитное поле — поле в несколько единиц или десятков килоэрстед. Достаточная чистота определяется длиной свободного пробега электронов: нужно, чтобы длина пробега l была побольше. Об этом подробно будет говориться ниже, пока примем, что $l \sim 10^{-3}$ см, и напомним, что при комнатной температуре $l \sim 10^{-6}$ см; таким образом, желательно, чтобы в исследуемом образце металла электрон между столкновениями пролетал расстояние примерно в тысячу раз большее, чем при обычных условиях.

Итак, для изучения магнитного пробоя нужны уникальные условия и уникальные образцы металла.

Авторы предвидят сомнение читателя-прагматика: «Зачем же изучать явление, если оно проявляет себя в столь редко встречающихся условиях, точнее, вообще не встречающихся, а специально создаваемых?» Или сомнение другого читателя, назовем его высокомерным теоретиком: «Мы прекрасно знаем, что в металле есть свободные электроны и именно они делают металл проводником; уже лет пятьдесят, как мы знаем, что собой представляют электроны проводимости, поняли, что без квантовой механики описать свойства металлов нельзя, сумели объяснить такое удивительное явление, как сверхпроводимость. Исследуя свойства металлов в силь-

ном магнитном поле, в частности, изучая магнитный пробой, узнали ли вы что-то *принципиально* новое? Слово «принципиально» высокомерный теоретик выделил и произнес чуть иронически, давая понять, что принципиально новое следует искать не в свойствах металлов, а в свойствах элементарных частиц или, скажем, реликтового излучения.

Читателю-прагматику ответить легко. Практике нужны все более уникальные свойства твердых тел и среди них — металлов. Их поиск, а в последнее время и создание невозможны без знания тонкостей строения и структуры энергетического спектра металлов, а знание добывается исследованием тончайших явлений в экстремальных условиях. Весь опыт мировой науки, бесконечно демонстрирующей полезность для инженерного воплощения результатов, полученных в уникальных лабораторных исследованиях, свидетельствует: *по-настоящему интересное чистой науке оказывается полезным*. Найдет себе применение и магнитный пробой или то, что мы узнаем о металлах с его помощью.

Несколько труднее ответить «высокомерному теоретику». Не потому, что он прав. А потому, что его слова — следствие вкусовой оценки. Если человеку априори неинтересно, ничего не поможет — он попросту не станет знакомиться с тем, что ему неинтересно.

Физика конденсированного состояния, к которой принадлежит электронная теория металлов, не исчерпала себя и продолжает быть источником оригинальных идей и представлений. Знакомство с физикой магнитного пробоя поможет в этом убедиться на вполне конкретном примере.

Мы уверены: магнитный пробой — по-настоящему интересная тема. Во-первых, весьма необычным проявлением квантовых свойств частиц. Во-вторых, тесной связью между теорией и экспериментом: почти каждое предсказание теоретиков находило экспериментальное подтверждение, а результаты экспериментов — теоретическое объяснение. В-третьих, большая часть результатов по магнитному пробоям получена нашими коллегами и (или) с нашим участием. Написанный нами очерк — рассказ участников событий. И наконец, в-четвертых, магнитный пробой — удивительно *красивое* явление. Понимая, что последний аргумент — наименее убедительный, так как основан на вкусах авторов, просим Вас,

забегая вперед, посмотреть на рис. 18 на стр. 58. Если он Вас не заинтересовал, закройте брошюру...

Дальнейшее — для тех, кто продолжает чтение. Представляя себе, своего читателя, мы считаем, что он интересуются физикой, знаком с квантовой механикой, но плохо представляет себе современную электронную теорию металлов. Поэтому мы начинаем с необходимых сведений об электронах проводимости. Подчеркнем — с совершенно необходимых, без знания которых попросту трудно что-либо понять. Этим сведениям посвящена первая вводная глава. Кому об электронах в металлах известно, начинайте сразу со второй главы (о чем речь идет в первой главе, можно узнать из оглавления). В крайнем случае потом загляните в первую главу, почувствовав необходимость.

ГЛАВА ПЕРВАЯ — ВВОДНАЯ

1. Электроны проводимости — квантовый газ

Основу наших представлений о металлах составляет знание того факта, что при объединении в кристалл атомов металлов их валентные электроны отрываются от ядер и коллективизируются кристаллом. Таким образом, металл — это ионная решетка, погруженная в электронный газ. По сравнению с «обычными» газами электронный газ уникален. Его частицы необычно легки: масса электрона (m) в 3600 раз легче молекулы водорода, самой легкой компоненты воздуха. Число электронов в единице объема (n) необычайно велико: в 1 см^3 металла приблизительно $4 \cdot 10^{22}$ электронов, что на три порядка больше числа молекул в 1 см^3 воздуха при обычном атмосферном давлении. Оба эти обстоятельства — малая масса m и большая плотность n — располагают к тому, чтобы проявлялись квантовые статистические свойства электронного газа.

Уже при достаточно высокой температуре электроны начинают чувствовать влияние принципа Паули, запрещающего им «скапливаться» в одном состоянии. С понижением температуры квантовые свойства газа электронов проявляются все более отчетливо. Оценка показывает, что температура T_F , разграничивающая классическую (высокотемпературную) и квантовую (низ-

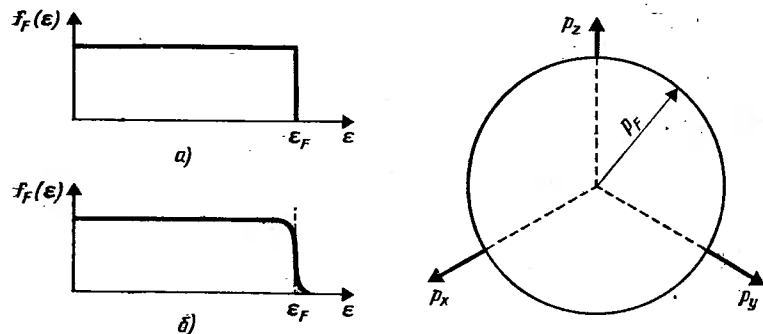


Рис. 1. Фермиевская функция распределения:

а — $T=0$; б — $T \ll 0$, $k_B T \ll \epsilon_F$

Рис. 2. При $T=0$ электроны заполняют сферу радиуса p_F в импульсном пространстве

котемпературную) области, есть величина порядка $\hbar^2 n^2/3/mk_B$. Подставив приведенные выше значения n и m (постоянная Планка $\hbar \approx 10^{-27}$ эрг·с, постоянная Больцмана $k_B \approx 1,4 \cdot 10^{-16}$ эрг/К), увидим, что $T_F \sim 10^5$ К. т. е. электронный газ металла *всегда* (при любой температуре ниже точки плавления) должен проявлять квантовые свойства. А уж при температурах, которые интересуют нас, электронный газ металла — предельно квантовый объект. Его называют вырожденным газом. Мы часто будем считать температуру электронного газа попросту равной нулю. При такой температуре распределение электронов по энергиям описывается фермиевской «ступенькой» (рис. 1, а). Энергия ϵ_F (она называется *энергией Ферми*) отделяет состояния, занятые электронами, от свободных.

Фермиевское распределение учитывает принцип Паули, запрещающий более чем двум электронам (с разными направлениями спина) иметь одно и то же значение импульса. Конечная температура лишь незначительно размывает фермиевскую ступеньку (рис. 1, б). Сказанному можно придать геометрическую трактовку: в импульсном пространстве электроны металла заполняют сферу радиуса

$$p_F = \sqrt{2m\epsilon_F} = \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{1/3} 2\pi\hbar. \quad (1)$$

Она изображена на рис. 2.

Мы произносим слова «импульсное пространство» и хотим, чтобы они не вызывали удивления. Импульсное пространство столь же реально, как и координатное. Для электронов оно имеет то преимущество, что в нем электрон (с определенным значением импульса) покоится, хотя в координатном, естественно, движется.

В большинстве свойств металла играют роль электроны, импульс которых равен p_F или близок этому значению. Мы всегда будем об этом помнить и во всех оценках исходить из величины (1). В частности, длина волны де Бройля электрона металла $\sim \hbar/p_F \sim n^{-1/3} \sim a$ (a — межатомное расстояние, $a \sim 10^{-8}$ см, мы учли, что *каждый* атом металла ионизован).

В заключение этого раздела несколько слов об ионном остове. Без ионов электроны не могли бы держаться вместе: электростатические силы отталкивания заставили бы их разлететься. Ионный остов компенсирует силы отталкивания и в совокупности с электронами (ведь ионы держатся вместе потому, что есть электроны) делает металл устойчивым. Кроме того, ионы, естественно, создают периодическое поле сил, в котором движутся электроны — об этом чуть позже.

2. Простейшая модель металла Друде—Лоренца—Зоммерфельда

В начале века Друде и Лоренц вполне удовлетворительно описали многие свойства металлов исходя из того, что электроны представляют собой классический идеальный газ. Особенно впечатляющими стали достижения электронной теории, когда к электронному газу были применены законы *квантовой* статистики (Зоммерфельд). Она получила название теории Друде—Лоренца—Зоммерфельда.

Это — простейшая модель металла. Основанная на предположении о том, что электроны проводимости — вырожденный газ, она не потеряла своего значения до настоящего времени.

Приведем, опираясь на теорию Друде—Лоренца—Зоммерфельда, формулу для удельной электропроводности металла (конечно, в современных обозначениях)

$$\sigma = \frac{e^2}{12\pi^3\hbar^3} S_F l. \quad (2)$$

Здесь l — длина свободного пробега электрона, $S_F = 4\pi r_F^2$. Если под S_F понимать не площадь поверхности сферы, а площадь истинной *ферми-поверхности*, которая, как мы скоро увидим, существенно от сферы отличается, то эта формула вполне годится и сегодня.

Длина свободного пробега, входящая в выражения для удельной электропроводности, — мера эффективности столкновений электронов с препятствиями, мера рассеяния — длина, на которой столкновения с вероятностью, близкой к единице, приводят к существенному изменению направления движения электронов. Ее часто называют *транспортной длиной свободного пробега*, подчеркивая тот факт, что эта величина входит в кинетические характеристики, описывающие явления переноса (транспортные явления).

Когда есть несколько независимых механизмов рассеяния, полная обратная длина свободного пробега определяется как сумма обратных длин пробега.

Если при однократном столкновении направление движения электрона меняется незначительно (*малоугловое рассеяние*), то транспортная длина пробега учитывает необходимость большого числа столкновений. В случае малоуглового рассеяния транспортная длина пробега $l_{м.у}^{тр}$ значительно больше средней длины между столкновениями. Когда при однократном столкновении направление движения электрона меняется существенно, то эти длины совпадают, и мы не будем загромождать обозначение длины свободного пробега индексами «тр», «м.у».

Через идеальную кристаллическую решетку при $T=0$ электрон двигался бы, не сталкиваясь с ионами (его длина свободного пробега ограничивалась бы размерами образца). В реальном кристалле длина свободного пробега электрона определяется столкновениями с колеблющимися благодаря тепловому движению атомами кристаллической решетки и с любыми нарушениями периодичности в расположении атомов: с чужеродными атомами, с вакансиями, дислокациями, границами кристаллитов и т. п.

При столкновении с примесным атомом электрон, как правило, рассеивается на большой угол, в частности, не исключено лобовое столкновение, при котором электрон

изменяет направление движения на противоположное. При столкновении с дислокацией электрон в большинстве случаев лишь незначительно изменяет направление своего движения (малоугловое рассеяние), так что $l_{дис}^{тр} \gg l_{дис}$.

Описывая тепловые колебания атомов кристалла, естественно использовать представления о *фононах* — квантованных звуковых волнах. Энергия фонона ϵ_f линейно зависит от его импульса $\epsilon_f = u p$, где u — скорость звука. Максимальная энергия фонона примерно равна $\hbar u/a$. Соответствующая ей температура $\Theta = \hbar u/k_B$ а носит название температуры Дебая. Она отделяет — в свойствах колебаний атомов кристалла — низкотемпературную (квантовую) область от высокотемпературной (классической). Для большинства металлов $\Theta \sim 10^2$ К. При высоких температурах ($T \gg \Theta$) почти все фононы имеют максимальную энергию $\sim k_B \Theta$, а при интересующих нас низких температурах ($T \ll \Theta$) средняя энергия фонона $\sim k_B T$. Столкновение электрона с колеблющимися атомами решетки — не что иное, как *излучение и поглощение фонона электроном*. За счет «столкновения» с фононами изменение импульса электрона Δp при высоких температурах порядка самого импульса электрона p_F , а при низких $\Delta p \ll p_F$. Значит, столкновение с фононами при низких температурах является *малоугловым* и

$$l_{\phi}^{тр} \gg l_{\phi} \text{ при } T \ll \Theta. \quad (3)$$

$$\text{Согласно теории } l_{\phi}^{тр} \sim (\Theta/T)^2 l_{\phi}, \text{ а } l_{\phi}^{-1} \sim \frac{1}{a} \frac{u}{v_F} \left(\frac{T}{\Theta} \right)^3,$$

при $T \ll \Theta$.

Теперь о длине свободного пробега электрона мы знаем все, что нам понадобится в дальнейшем. Подчеркнем: современная модель металла существенно сложнее модели Друде—Лоренца—Зоммерфельда. Однако усложнения не отменяют приведенные здесь оценки и утверждения о длине свободного пробега электронов.

3. Электрон в периодическом поле кристаллической решетки

Переход к более реалистической модели металла требует прежде всего учета влияния периодического поля ионов кристаллической решетки. Хотя принципиально

задача о состояниях электронов в периодическом поле решена давно (Блох, 1928), ее конкретизация для различных металлов продолжается до сих пор, составляя важный раздел современной квантовой (зонной) теории металлов. Мы обсудим только несколько понятий из зонной теории.

Прежде всего требует объяснения беспрепятственное (без рассеяния) движение электрона по кристаллу. Стационарное состояние электрона в периодическом поле ионной решетки весьма похоже на состояние *свободного* электрона. Инвариантность пустого пространства при бесконечно малом сдвиге (трансляции) порождает закон сохранения импульса. Именно поэтому стационарное состояние электрона в пустом пространстве можно задавать значением импульса \mathbf{p} . Инвариантность кристалла при сдвиге на произвольный его период приводит к появлению сохраняющегося вектора — *квазиимпульса* $\hbar\mathbf{k}$, очень похожего на импульс. Состояние электрона, однако, значением квазиимпульса задается неоднозначно. Оно характеризуется также *номером зоны* s . Кроме того, состояния с квазиимпульсами $\hbar\mathbf{k}$ и $\hbar\mathbf{k}'$, отличающимися на произвольный вектор обратной решетки, физически эквивалентны.

Сказанное можно сформулировать на геометрическом языке: периодическое \mathbf{r} -пространство кристалла порождает периодическое $\hbar\mathbf{k}$ -пространство квазиимпульсов с характерным периодом, равным $2\pi\hbar/a = 2\pi b$. Следовательно, энергия электрона $\epsilon = \epsilon_s(\hbar\mathbf{k})$ есть периодическая функция квазиимпульса.

Зоны могут и перекрываться, однако зависимости $\epsilon_s(\hbar\mathbf{k})$ и $\epsilon_{s'}(\hbar\mathbf{k})$, естественно, отличаются, выявляя специфичность каждой зоны ($s \neq s'$).

Электроны кристалла заполняют зонные состояния так же, как электроны атома заполняют состояния в атоме: в каждом состоянии может находиться не более двух электронов (конечно, с противоположными направлениями спинов в согласии с принципом запрета Паули). Зона заполняется полностью, если заполнена ячейка обратного пространства. Ее объем равен $(2\pi)^3/V_0$, V_0 — объем элементарной ячейки кристалла. Поэтому для заполнения зоны достаточно двух электронов на одну ячейку кристалла.

Энергию, ниже которой все состояния заполнены,

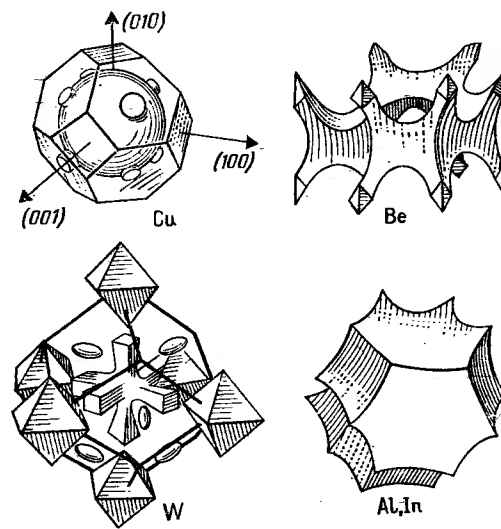


Рис. 3. Примеры поверхностей Ферми некоторых металлов

называют (как и для ферми-газа свободных электронов) энергией Ферми, а соответствующую энергии Ферми ϵ_F изоэнергетическую поверхность в $\hbar\mathbf{k}$ -пространстве — *поверхностью Ферми*. За редким исключением поверхность Ферми принадлежит нескольким зонам — имеет полости (листы, ветви, долины), соответствующие различным зонам. На рис. 3 собраны «портреты» поверхностей Ферми некоторых металлов. Надо помнить, что поверхность Ферми, как и любая изоэнергетическая поверхность в кристалле, периодична.

Если поверхность Ферми или одна из ее полостей непрерывно проходит через всю обратную решетку, ее называют *открытой*, если же она замыкается внутри одной ячейки обратной решетки (конечно, периодически повторяясь в остальных ячейках), то такую поверхность называют *замкнутой*. И еще два определения. Поверхность Ферми (или ее полость) называют *электронной*, если внутри нее расположены занятые состояния, т. е. состояния с энергией, меньшей ϵ_F . Если же внутри поверхности Ферми расположены состояния с $\epsilon > \epsilon_F$, эти состояния свободны, а поверхность Ферми называется *дырочной*. И наконец, если объем, заключен-

ный внутри электронной части поверхности Ферми, равен объему, заключенному внутри ее дырочной части, то металл с такой поверхностью Ферми называется *компенсированным*.^{*}

Поверхности Ферми, изображенные на рис. 3, так непохожи на сферу Ферми с рис. 2, что, казалось бы, трудно найти что-либо общее между свободными электронами и электронами в зонной теории. А общего много. Действительно, состояние свободного электрона задается импульсом \mathbf{p} , а в зонной теории при фиксированном номере зоны — квазиимпульсом $\hbar\mathbf{k}$. Скорость свободного электрона $\mathbf{v} = \partial\epsilon/\partial\mathbf{p} = \mathbf{p}/m$, а у зонного электрона \mathbf{v} тоже равна производной от энергии. Правда, при этом скорость не равна $\hbar\mathbf{k}/m$, а оказывается сложной периодической векторной функцией квазиимпульса $\hbar\mathbf{k}$. Это объясняет факт беспрепятственного движения электрона через кристалл (со скоростью \mathbf{v}_s).

Особенно отчетливо сходство зонного электрона со свободным проявляется в следующем. Как показывает анализ, если на электрон, кроме периодического поля решетки, действует не слишком большая однородная сила \mathbf{F} , то уравнения движения электрона под действием этой силы такие же, как уравнения движения обычной классической частицы (вне кристалла), но с кинетической энергией, равной не $p^2/2m$, а $\epsilon = \epsilon(\hbar\mathbf{k})$:

$$\hbar\mathbf{k} = \mathbf{F}; \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}. \quad (4)$$

Учитывая, что под действием не слишком большой силы переход из одной зоны в другую маловероятен, мы нарочно опускаем индекс s (уравнения справедливы при любом номере s), чтобы подчеркнуть сходство со свободным электроном.

Уравнения (4) очень важны. Они показывают, что электрон проводимости — классическая частица, правда, со сложной периодической зависимостью кинетической энергии ϵ от импульса $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$.

Развитие вычислительной техники с применением ЭВМ позволило очень подробно вычислить поверхности Ферми практически всех металлов с точностью, достаточной для описания огромной совокупности экспериментальных фактов. Мы, к сожалению, не имеем возможности остановиться на этой стороне современной зонной теории. Отметим только, что все расчетные ме-

тоды являются развитием и совмещением двух приближенных подходов, созданных еще в начале века.

Приближение сильной связи (Бете, 1928), согласно которому за нулевое приближение принимается состояние электрона в изолированном атоме, а взаимодействие между атомами, позволяющее электрону переходить от атома к атому, учитывается по теории возмущений. В этом приближении номер зоны — это «номер» атомного уровня.

Приближение почти свободных электронов (Бриллюэн, 1928) считает возмущением периодическое поле сил ионов кристалла, принимая за нулевое приближение состояние свободного электрона. На этом приближении мы остановимся чуть подробнее и покажем, как в нем «строится» поверхность Ферми. Главное отличие зависимости энергии от импульса для электрона в периодическом поле от аналогичной зависимости для свободного электрона — в периодичности.

Будем считать, что в пределах одной ячейки обратной решетки зависимости вообще не отличаются, и, вычислив радиус ферми-сферы p_F по формуле (1), проведем сферу с центром в начале координат обратного пространства (рис. 4). Так как все целочисленные точки $\mathbf{p} = 2\pi\hbar\mathbf{b}$ эквивалентны $\mathbf{p} = 0$, то и из них можно провести сферы того же радиуса. Если сферы не пересекаются, построение закончено (рис. 4, а), и поверхность Ферми — система повторяющихся ферми-сфер. Если же диаметр ферми-сферы превосходит размер ячейки, то сферы на границах ячейки пересекаются, возникает вырождение (одному состоянию соответствуют два разных импульса)¹. Учет периодического поля решетки снимает вырождение (для этой операции квантовая механика имеет стандартизированную процедуру). Снятие вырождения разрезает ферми-сферу на куски, которые, учитывая периодичность, можно собрать в новые фигуры. Электроны, заполняющие исходную ферми-сферу, при этом следует перераспределить так, чтобы каждая новая поверхность была однократно заполнена электронами.

¹ Легко установить: эти импульсы связаны друг с другом отношением Брэгга—Вульфа, показывающим физическую природу влияния слабого периодического поля.

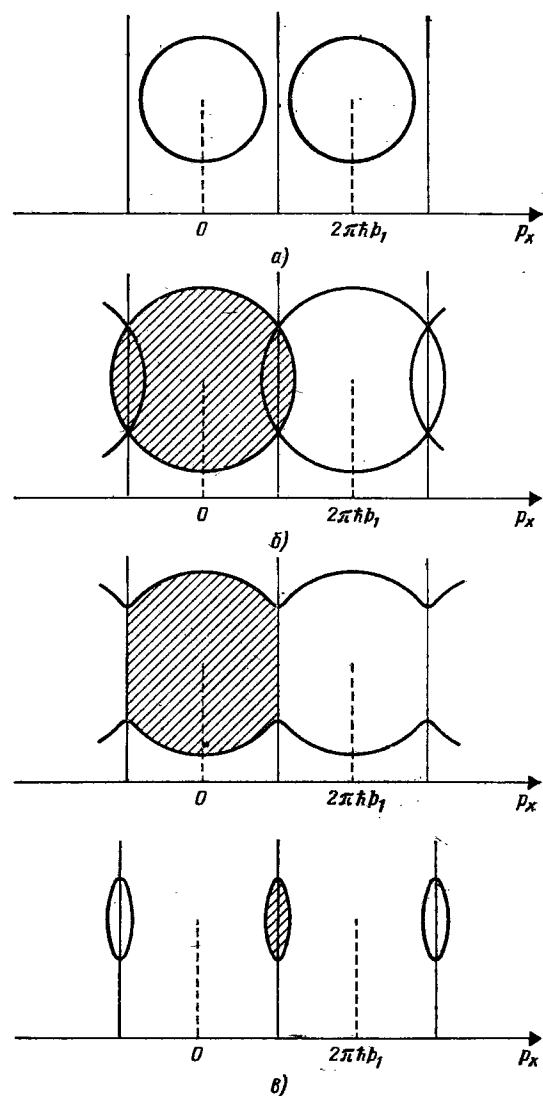


Рис. 4. Метод построения поверхностей Ферми по Харрисону: а — $p_F < \pi\hbar b_1$; б, в — $p_F > \pi\hbar b_1$. Вертикальные линии — границы зон Бриллюэна

На рис. 4 б, в показано, к чему это приводит: из сферы возникают причудливые поверхности. Среди них не редкость как открытые поверхности, так и маленькие полости, отщепившиеся от основной. В трехмерном случае вычурность еще больше, причем появляются не только электронные поверхности, но и дырочные (рис. 5). Как ни удивительно, эта простая процедура, предложенная Харрисоном (1960), для многих металлов неплохо улавливает структуру их поверхностей Ферми.

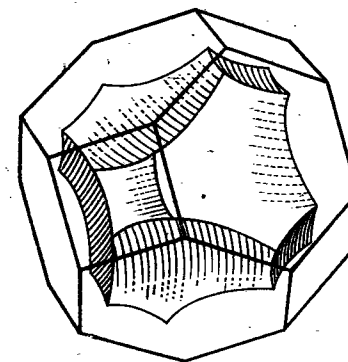


Рис. 5. Дырочная полость поверхности Ферми четырехвалентного металла с гранецентрированной решеткой, построенная по методу Харрисона

4. Электрон в магнитном поле. Эффект де Гааза—ван Альфена

Представление об электронах проводимости как о заряженных частицах со сложной периодической зависимостью энергии от импульса позволяет описать огромную совокупность экспериментальных фактов. Пока речь идет о таких явлениях, как электропроводность, по существу, можно использовать формулы простейшей теории. Например, остается справедливой формула (2). В общем случае (для поверхности Ферми сложной формы) нет стандартной зависимости площади поверхности Ферми S_F от плотности электронов n . Качественные соображения о длине свободного пробега электронов также, как мы говорили, сохраняются. Не претерпевает изменений температурная зависимость I_Φ и I_Φ^{TP} (см. (3), а также сопровождающий ее текст).

Сейчас мы убедимся, что поведение электронов проводимости в магнитном поле тонко «реагирует» на характер электронного энергетического спектра, на зависимость энергии электрона от его импульса.

Начнем с описания классического движения электрона проводимости в магнитном поле. Если поместить металл в магнитное поле H , то электроны проводимости,

будучи движущимися заряженными частицами, испытывают действие силы Лоренца.

Эта сила не изменяет энергию электрона (не «работает»), так как она ортогональна его скорости, но, конечно, искривляет его траекторию. Подставив в уравнение (4) вместо F силу Лоренца, получим

$$\frac{dp}{dt} = \frac{e}{c} [\mathbf{v}\mathbf{H}]; \quad \frac{dr}{dt} = \mathbf{v}; \quad \mathbf{v} = \frac{\partial \epsilon}{\partial \mathbf{p}}. \quad (5)$$

Отсюда немедленно следует, что интегралы движения суть энергия ϵ и проекция импульса p_z на магнитное поле, вдоль которого мы направим ось Z :

$$\epsilon(p_x, p_y, p_z) = \text{const}; \quad p_z = \text{const}. \quad (6)$$

Следовательно, электрон с энергией, равной фермиевской энергии ϵ_F , в магнитном поле движется по поверхности Ферми. Его траектория в импульсном пространстве определяется как результат пересечения поверхности Ферми плоскостью $p_z = \text{const}$, перпендикулярной магнитному полю \mathbf{H} .

Вычурность поверхности Ферми (по сравнению со сферой) приводит к весьма вычурным траекториям электрона. Среди них есть и замкнутые кривые, но есть и открытые — уходящие на бесконечность. Это особенно удивительно, и вот почему. Уравнения (5) показывают, что в каждый момент времени поперечная скорость электрона $\mathbf{v}_\perp = \{v_x, v_y, 0\}$ ортогональна скорости изменения импульса $d\mathbf{p}_\perp/dt$, причем величина поперечной скорости равна $|\frac{c}{eH}| | \frac{d\mathbf{p}_\perp}{dt} |$. Так как вектора скорости

$d\mathbf{p}_\perp/dt$ и \mathbf{v}_\perp направлены по касательной к «своим» траекториям: $d\mathbf{p}_\perp/dt$ — к траектории в импульсном пространстве, а \mathbf{v}_\perp — к проекции траектории в обычном (координатном) пространстве на плоскость (x, y) ; то из сказанного следует, что траектория в импульсном пространстве подобна проекции траектории на плоскость (x, y) в координатном пространстве и повернута относительно нее на угол 90° . Множитель подобия равен eH/c . Следовательно, если траектория в импульсном про-

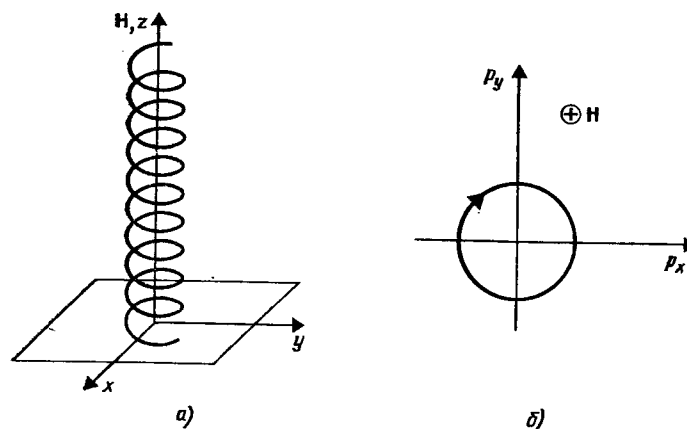


Рис. 6. Траектория электрона в магнитном поле: а — в координатном; б — в импульсном пространствах

странстве «уходит» на бесконечность, то и в координатном пространстве движение электрона в магнитном поле инфинитно. А ведь мы привыкли, имея дело со свободным электроном, что его траектория в магнитном поле — спираль, навитая на магнитную силовую линию. Ее проекция на плоскость, перпендикулярную \mathbf{H} , — окружность (рис. 6).

Дальше в этом разделе мы будем рассматривать движение только тех электронов, у которых траектории замкнуты, ибо именно эти электроны определяют эффект де Гааза — ван Альфена, название которого вынесено в заголовок раздела.

Рассматривая движение фермиевского электрона по замкнутой траектории, можно частоту его обращения ω_H по орбите (ее называют *циклотронной частотой*) записать следующим образом:

$$\omega_H = \frac{eH}{m^*c}; \quad m^* = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\partial S(\epsilon, p_z)}{\partial \epsilon} \right)_{\epsilon=\epsilon_F}, \quad (7)$$

где $S(\epsilon, p_z)$ — площадь внутри траектории (6), т. е. площадь сечения изоэнергетической поверхности $\epsilon = \epsilon(p_x, p_y, p_z)$ плоскостью $p_z = \text{const}$. Величину m^* естественно назвать *эффективной массой*, так как для свободного электрона эта производная равна его массе $m(S(\epsilon, p_z) = \pi(2m\epsilon - p_z^2))$ и $(1/2\pi)\partial S/\partial \epsilon = m$.

² А. Б. Мигдалу принадлежит шутливое высказывание: «Анизотропия Мира проявляется в том, что магнитное поле всегда направляется вдоль оси Z ».

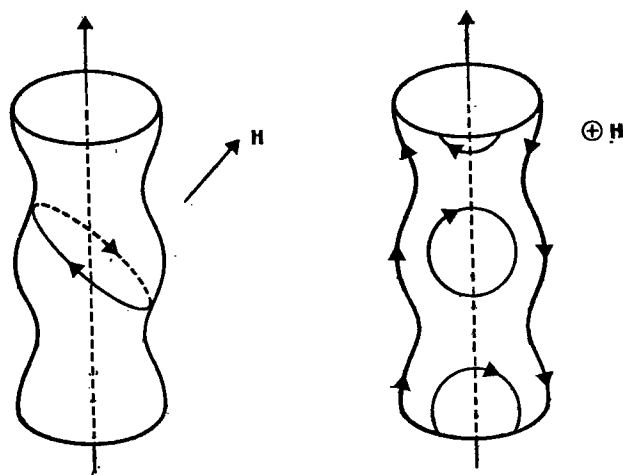


Рис. 7. На открытой поверхности Ферми могут быть как замкнутые, так и открытые траектории (а и б соответственно)

Из формул (7) видно, что в отличие от свободных электронов электроны в металле вращаются вокруг магнитного поля с различными частотами — частота обращения зависит от ϵ и p_z . Более того, некоторые электроны вообще не вращаются, а совершают инфинитное движение (естественно, в действительности ограниченное либо размерами образца, либо, что чаще, длиной свободного пробега).

И еще одно важное отличие движения зонного электрона от движения электрона свободного. До сих пор мы не обращали внимания на направление движения электрона. Для обычного электрона направление задано знаком заряда. Но взгляните на формулы (7)! Эффективная масса m^* может быть как положительной, так и отрицательной. Положительная эффективная масса у тех электронов, которые принадлежат электронной части поверхности Ферми, а $m^* < 0$ — у электронов, принадлежащих дырочной части поверхности Ферми. Таким образом, электроны вращаются и как отрицательные, и как положительные (!) частицы. Этот факт кардинально важен для объяснения знака «константы» Холла у разных металлов.

И последнее о классическом движении электронов.

Вся картина движения существенно зависит от направления магнитного поля. Самый простой пример: на рис. 7 нарисована деталь поверхности Ферми — цилиндр с гофрированной поверхностью (примерно такой вид имеет одна из полостей поверхности Ферми кадмия). Если магнитное поле параллельно оси цилиндра или наклонено к ней на угол, меньший 90° , то все траектории замкнуты. Если магнитное поле перпендикулярно оси, то среди прочих существует целый слой открытых траекторий. Мы увидим ниже, что это — основа понимания гальваномагнитных явлений.

По общим законам квантовой механики энергия частицы, движущейся финитно, *квантуется*. Если траектория электрона в импульсном пространстве замкнута, то в плоскости, перпендикулярной H , электрон совершает периодическое движение, и это движение должно *квантоваться*. Как же найти соответствующие ему уровни энергии, как записать условия квантования?

Длина окружности, которую описывает фермиевский электрон в магнитном поле, $\sim 2\pi c p_F / eH$, а его длина волны де Бройля $\sim 2\pi\hbar/p_F$. Если $2\pi c p_F / eH \gg 2\pi\hbar/p_F$, то квазиклассическое приближение применимо. Это неравенство практически не ограничивает величину магнитного поля: $H \ll c p_F / e\hbar \sim c\hbar/ea^2 \sim 10^8$ Э (!). Последнему условию можно придать более наглядный вид, если воспользоваться выражением (7) для циклотронной частоты:

$$\hbar\omega_H(H) \ll \epsilon_F. \quad (8)$$

В квазиклассическом приближении вывести условие квантования сравнительно просто, воспользовавшись соотношением Бора, связывающим расстояние между соседними уровнями энергии $\Delta\epsilon$ с классической частотой обращения электрона ω_H . Из соотношения $\Delta\epsilon = \hbar\omega_H$ на основании (7) имеем

$$S(\epsilon, p_z) = \frac{2\pi\hbar eH}{c} (n + 1/2), \quad (9)$$

где $n \gg 1$ — целые числа.

Условие квантования площадей было выведено И. М. Лифшицем (1950) и Л. Онсагером (1952). Для свободных электронов из условия Лифшица—Онсагера, конечно, получаются известные уровни энергии (Л. Д. Ландау, 1930):

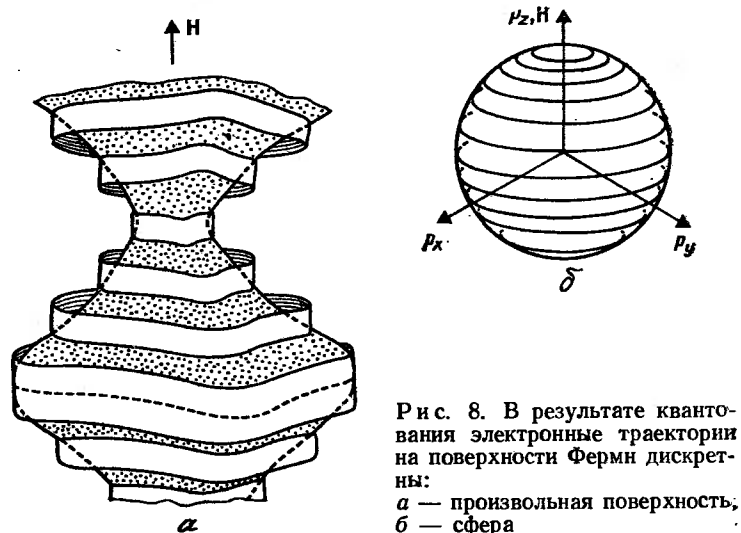


Рис. 8. В результате квантования электронные траектории на поверхности Ферми дискретны:
а — произвольная поверхность,
б — сфера

$$\varepsilon = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_H + \frac{p_z^2}{2m}, \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

Спиновую часть и в (9), и в (10) мы опустили: спин в нашем рассказе не играет существенной роли.

На рис. 8 показано, что происходит с фермиевскими электронами в результате квантования — они собираются на траекториях, расположенных на фермиевской поверхности. Площади внутри траекторий определены формулой (9). Чем магнитное поле меньше, тем больше траекторий на поверхности Ферми, тем ближе они друг к другу. Если магнитное поле $H \sim 10^4$ Э, то траекторий очень много, так как $\varepsilon_F / \hbar \omega_H \sim 10^4$.

Повышение температуры «размывает» распределение электронов по энергиям (см. рис. 1, б) и тем смазывает картину квантования. Чтобы квантование проявило себя, необходимо выполнение довольно жесткого условия

$$\hbar \omega_H \gtrsim k_B T. \quad (11)$$

Из рис. 8 видно, что число траекторий на поверхности Ферми изменяется на 2 при сравнительно небольшом изменении магнитного поля, равном

$$\Delta \frac{1}{H} = \frac{2\pi \hbar e}{c S_{\text{экстр}}^F}. \quad (12)$$

Индекс «экстр» означает, что площадь сечения, входящая в формулу (12), либо максимальна по p_z , либо минимальна — экстремальна. Так как число траекторий на поверхности Ферми очень велико, то через равновеликие интервалы, равные $\Delta(1/H)$, ситуация почти тождественно повторяется. Это обстоятельство должно приводить к осциллирующей зависимости свойств металла от обратного магнитного поля с периодом, определенным формулой (12). И действительно, согласно расчету характеристики металла периодически меняются с изменением магнитного поля (Ландау, 1939). Более того, это явление было открыто до создания теории: Шубников и де Гааз в 1930 г. обнаружили осцилляции сопротивления висмута (эффект Шубникова — де Гааза), а де Гааз и ван Альфен в 1936 г. — осцилляции магнитного момента висмута (эффект де Гааза — ван Альфена). В последующие годы было показано, что осцилляционные эффекты присущи всем металлам. На рис. 9 в виде примера приведена зависимость магнитного момента Zp от $1/H$.

У большинства металлов осцилляционная картина весьма сложна. Формула (12) не только полностью объясняет эффект де Гааза — ван Альфена в реальных металлах, но и служит одним из основных методов определения формы поверхности Ферми: эксперимент определяет зависимость периода осцилляций от направления магнитного поля, а по формуле (12) находят площадь экстремального сечения в данном направлении. Следующий этап — определение формы поверхности Ферми — геометрическая задача, в простейших случаях решаемая аналитически, а чаще — путем подбора и сравнения с моделями.

Сечения с экстремальными площадями реальных поверхностей Ферми существенным образом отличаются по величине от максимального сечения ферми-сферы в простейшей теории. Это, как мы сказали, может объяснить осцилляционные эксперименты, в частности существование сравнительно больших периодов. И все же экстремальные площади достаточно велики, так что условие квазиклассичности, как правило, не нарушается. Во всяком случае для магнитных полей $H \gtrsim 10^4$ —

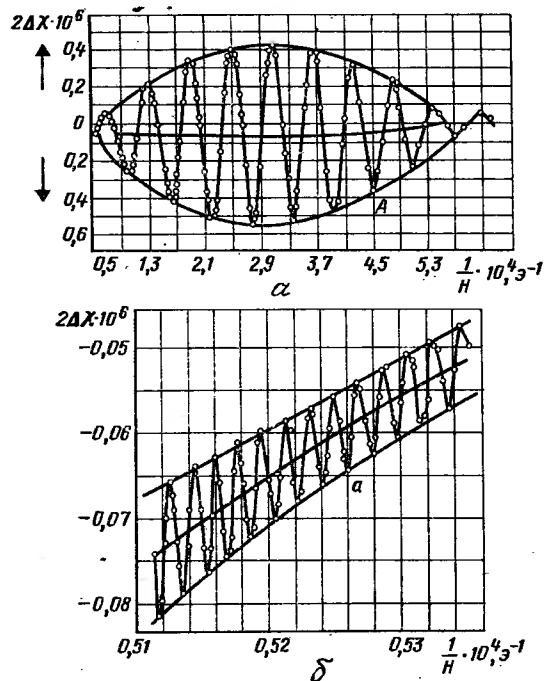


Рис. 9. Зависимость магнитной восприимчивости цинка Zn от $1/H$:

a — при $T=4,2$ К; b — тонкая структура эффекта: кривая a — растянутый начальный участок кривой A

10^5 Э, используемых при наблюдении эффектов де Гааза — ван Альфена и Шубникова — де Гааза.

И еще одно замечание. Квантование проявляется только при достаточно низкой температуре (см. (11)). Поэтому для наблюдения осцилляций необходимы низкие температуры. Необходимы, но недостаточны. Исследуемый образец должен быть монокристаллом. Период осцилляций существенно зависит от направления магнитного поля. При поликристаллическом образце вся картина попросту смажется: осцилляции в разных кристаллитах с разными периодами «погасят» друг друга. Кроме того, амплитуда осцилляций тем больше, чем большее число раз электрон обожит траекторию, объемлющую сечение поверхности Ферми с экстремальной

площадью. Необходимо, чтобы выполнялось условие $\omega_H \tau \gg 1$.

Учитывая сказанное, можно обобщить условие (11):

$$\hbar \omega_H \gtrsim k_B T^*; \quad T^* = T + \hbar/\tau, \quad \tau = \frac{l}{v_F}. \quad (13)$$

T^* носит название температуры Дингла. Она учитывает роль и температуры и столкновений. Так как для того, чтобы электрон сошел с экстремальной траектории, достаточно, как правило, небольшого изменения направления его движения при рассеянии, то при малоугловом рассеянии в приведенное неравенство (13) входит $\tau_{м.у.}$, а не $\tau_{тр}$ (см. раздел 2).

5. Гальваномагнитные явления

Искривление магнитным полем траекторий электронов между столкновениями существенно изменяет многие кинетические характеристики. Для оценки роли магнитного поля естественно сравнить максимальные радиус орбиты электронов r_H с их длиной свободного пробега l . Если $r_H \gg l$, то магнитное поле считается слабым, если $r_H \ll l$ — сильным.

Явления, наблюдающиеся при прохождении электрического тока по проводнику в магнитном поле, называются гальваномагнитными. О них и пойдет речь ниже в этом разделе. Гальваномагнитные явления характеризуются зависимостью от магнитного поля H тензора удельных проводимостей σ_{ij} . Структура поверхности Ферми металла заметно проявляется только в сильном магнитном поле. Поэтому нас будет интересовать именно этот предельный случай: $r_H \ll l$, или, что то же самое, $\omega_H \tau \gg 1$.

Данные о зависимости сопротивления от магнитного поля приведены на рис. 10, из которого видно, что тип поверхности Ферми определяет тип зависимости сопротивления ρ_{\perp} от магнитного поля H при $l \gg r_H$. Постараемся качественно объяснить природу столь различного поведения сопротивления в сильном магнитном поле.

Начнем с объяснения резкой анизотропии сопротивления у металлов с открытыми поверхностями Ферми. Обратимся к рис. 7. При одних направлениях магнитного поля есть открытые траектории, при других — нет. Когда траектории замкнуты, то движение в плоскости,

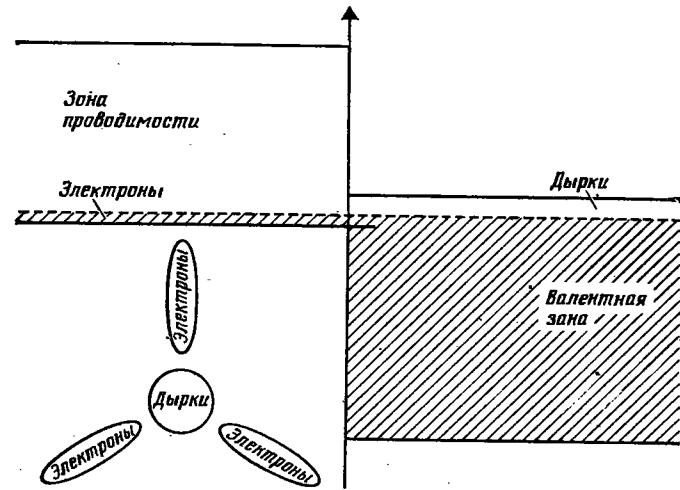
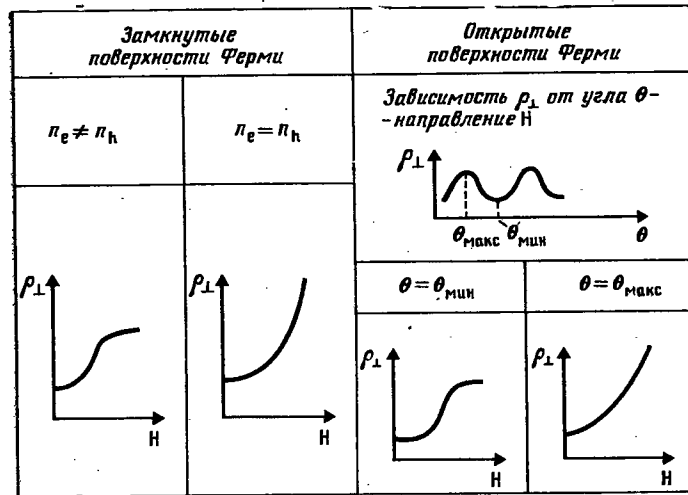


Рис. 11. Зонная структура висмута Bi. Число электронов (в трех эллипсоидах) равно числу дырок (в одном эллипсоиде)

связано с холловскими xy -компонентами проводимости. Один из наиболее важных результатов теории гальваномагнитных явлений состоит в том, что в сильном магнитном поле

Рис. 10. Зависимость поперечного сопротивления ρ_{\perp} от H перпендикулярной магнитному полю, напоминает диффузионное блуждание: электрон долго (в меру того, что $\omega_H \tau \gg 1$) движется по замкнутой траектории вокруг силовой линии и редко (при столкновении) перепрыгивает на другую орбиту. Обе поперечные компоненты проводимости много меньше проводимости при $H=0$:

$$\sigma_{xx}, \quad \sigma_{yy} \sim \frac{\sigma}{(\omega_H \tau)^2}.$$

Движение по открытой траектории напоминает движение электрона в отсутствие магнитного поля, и если направление открытости совпадает с p_x , то

$$\sigma_{xx} \sim \frac{\sigma}{\omega_H \tau}, \quad \sigma_{yy} \sim \sigma. \quad (14)$$

Напомним: траектория в p -пространстве и проекция траектории в r -пространстве на плоскость (x, y) повернуты друг относительно друга на угол 90° .

Существенное различие поперечных проводимостей плюс зависимость характера траекторий от направления магнитного поля — источник анизотропии сопротивления (как в зависимости от направления магнитного поля, так и от направления тока).

Теперь ответим на вопрос: почему сопротивление зависит от того, компенсированный металл или нет? Это

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \frac{(n_e - n_h)ec}{H}, \quad (15)$$

где n_e — число электронов в 1 см^3 (число занятых состояний с положительной эффективной массой), а n_h — число дырок в 1 см^3 (число свободных состояний с отрицательной эффективной массой). Здесь надо обратить внимание на то, что, несмотря на сложную зависимость энергии от импульса, на произвольный характер рассеяния, холловская компонента проводимости в больших полях зависит только от числа электронов и дырок. Если металл компенсирован, то $\sigma_{xy} = 0$. При вычислении компонент тензора сопротивлений $\rho_{ik} = \sigma_{ik}^{-1}$ холловские компоненты играют важную роль. Их наличие для металлов с различными числами электронов и дырок — причина насыщения сопротивления в сильном поле (см. рис. 10). У компенсированных металлов холловские компоненты аномально малы, и $\rho_{\perp} = \sigma_{\perp}^{-1} \sim \rho_0 (\omega_H \tau)^2$.

Следует еще пояснить, почему встречаются компенсированные металлы. Если число электронов на ячейку четно, а пересечение зон мало (рис. 11), то автоматически плотности электронов и дырок равны: вблизи минимума поверхность Ферми носит электронный характер, вблизи максимума — дырочный, электроны же появились в «верхней» зоне только потому, что освободили места для дырок в нижней.

Формулы этого раздела носят качественный, так сказать, прикидочный характер. Теория позволяет *рассчитать* все асимптотические (при $l/r_H \gg 1$) зависимости от магнитного поля и сформулировать алгоритмы для определения входящих в эти зависимости коэффициентов. Длина свободного пробега l , которая входит во все формулы этого раздела, — *транспортная длина* l_T .

Здесь изложена классическая теория гальваномагнитных явлений. Классическая в том смысле, что в ней не учтено квантование движения электронов проводимости в магнитном поле. Оно, конечно, существует и приводит к эффекту Шубникова — де Гааза, природа которого тождественна эффекту де Гааза — ван Альфена. У большинства металлов осцилляторная зависимость от магнитного поля гальваномагнитных характеристик (сопротивления, константы Холла) накладывается на классическую зависимость, описанную здесь, в виде «ряби» небольшой амплитуды. Малость амплитуды — следствие малости параметра квазиклассичности (см. (8)):

$$\kappa = \frac{\hbar \omega_H}{\epsilon_0} \ll 1. \quad (16)$$

Здесь и далее ϵ_0 — энергия, характеризующая заполнение зон металла, т. е. энергия Ферми, но отсчитанная от дна зоны (для электронов) или от потолка ее (для дырок). На протяжении всей брошюры условие (16) будет считаться выполненным для каждой из полостей поверхности Ферми.

Нарисованная здесь картина поведения металла в сильном магнитном поле существенно не полна. Новые свойства не связаны с нарушением неравенства (16). В пределах одной полости поверхности Ферми электроны действительно движутся почти как классические частицы. И все же существует сугубо квантовое явление — магнитный пробой. О нем речь и пойдет во второй главе.

ГЛАВА ВТОРАЯ — СОБСТВЕННО О МАГНИТНОМ ПРОБОЕ

1. Обнаружение. Определения

В 1959 г. Пристли, изучая эффект де Гааза — ван Альфена на магнии в области магнитных полей ~ 50 кЭ, обнаружил осцилляции со странным периодом. Он соответствовал такой траектории электрона в импульсном пространстве, которая с точки зрения квазиклассической теории существовать не может.

Поверхность Ферми магния неплохо изучена, и схема траектории может быть нарисована (рис. 12). Пунктирные стрелки обозначают замкнутый путь, сопоставимый обнаруженному периоду. Как видно из рисунка, этот путь выходит за пределы элементарной ячейки. Но самое удивительное: траектория, показанная на рис. 12, составлена из кусков классических траекторий, относящихся к *различным* энергетическим зонам! Электрон переходит между полостями поверхности Ферми, как бы не замечая разделяющих их малых промежутков.

Это парадоксальное с классической точки зрения движение электрона было объяснено в 1961 г. Коэном и Фаликовым, которые пришли к мысли, что в достаточно сильном магнитном поле может происходить *магнитный пробой* — квантовое туннелирование электрона через классически «запрещенные» области импульсного пространства в местах сближения электронных орбит.

Туннельные переходы частицы через потенциальный барьер известны довольно давно. Сюда относятся и радиоактивный распад ядер, и холодная эмиссия электронов из металла, и туннельный ток между двумя металлами, разделенными диэлектрической прослойкой, и эффект Джозефсона.

Новое туннельное явление — магнитный пробой — происходит не в обычном, координатном пространстве, а в импульсном: в пространстве координат не существует какой-либо выделенной области для магнитного пробоа. Другая особенность магнитного пробоа связана с тем, что это квантовое явление происходит в условиях, когда мал параметр квазиклассичности κ (см. (16)). Собственно, малость κ и придает смысл термину «магнитный пробой»: из-за квазиклассичности всей ситуации межзонное туннелирование электрона может

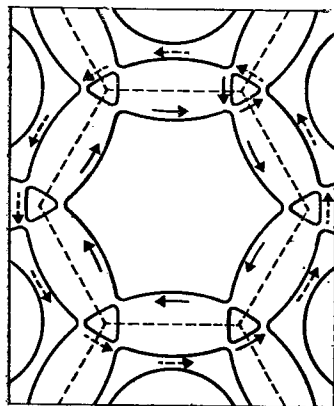


Рис. 12. Траектории электронов магния Mg в магнитном поле

произойти только там, где достаточно мала хотя бы одна из межзонных энергетических щелей $\Delta_{ss'}(\mathbf{p}) = \varepsilon_s(\mathbf{p}) - \varepsilon_{s'}(\mathbf{p})$. Сразу же возникают вопросы: «Что значит «достаточно мала»? Часто ли встречаются металлы, в которых можно наблюдать магнитный пробой? Как устроены области импульсного пространства, где межзонная щель $\Delta_{ss'}$ много меньше характерной энергии электрона ε_F ?»

Ответ на последний вопрос, по существу, дан в разделе 3 главы первой, где рассказывалось о построении изоэнергетических поверхностей в приближении почти свободных электронов. Оно применимо по крайней мере в нулевом приближении к большинству металлов. Согласно этому построению межзонные щели $\Delta_{ss'}(\mathbf{p})$ перекрывающихся зон малы вблизи плоскостей³ брэгговского отражения, по которым пересекаются изоэнергетические сферы свободных электронов с центрами в точках $\mathbf{p} = 2\pi\hbar\mathbf{b}$. На этих плоскостях ширина межзонной щели достигает минимума, характерное значение которого находится в пределах от 10^{-2} до $10^{-1} \varepsilon_F$.

Чтобы ответить на два первых вопроса, надо оценить область магнитных полей, в которых заметно проявится магнитный пробой. Первая попытка принадлежит упомянутым выше американским теоретикам Козну и Фаликову. Они сделали, казалось бы, естественное предположение: для наблюдения магнитного пробоя мера квантованности движения электрона $\hbar\omega_H$ должна быть больше или примерно равна межзонной щели Δ_0 на пло-

скостях наибольшего сближения энергетических зон. Если взять наименьшее из известных $\Delta_0 \sim 10^{-2} \varepsilon_F$, то по оценке Козна—Фаликова для наблюдения межзонного туннельного перехода нужны поля не меньше 10^6 Э. Пришли на магии наблюдать магнитный пробой при значительно меньших полях. «Нехватка» по меньшей мере одного порядка в оценке величины магнитного поля пробоя не помешала, однако, Козну и Фаликову увидеть новое физическое явление, скрывающееся за «странными» экспериментальными результатами Пришли, и сформулировать гипотезу о магнитном пробое (magnetic breakdown). Идея получила блестящее экспериментальное подтверждение и давно уже перестала быть гипотезой. За 25 лет, прошедших со времени первых экспериментов Пришли, стало ясно, что магнитный пробой — не «экзотика», а универсальное явление, существенно перестраивающее большинство из электронных свойств металлов.

Распространенность магнитного пробоя ясно показывает, что критерий наблюдения его намного мягче, чем условие $\hbar\omega_H(H) \gtrsim \Delta_0$. Оценивая характерное магнитное поле пробоя $H_{\text{мп}}$, необходимо помнить, что магнитный пробой есть квантовое туннелирование электрона с изменением дискретного квантового числа — номера энергетической зоны. Учесть эту дискретность можно, если отойти от слишком прямолинейной аналогии между магнитным пробоем и подбарьерным прохождением частицы и стать на иную точку зрения. Сформулируем ее.

Электронные законы дисперсии $\varepsilon_s(\mathbf{p})$ представляют собой, по существу, дискретные уровни (термы) квантовой системы «электрон в поле кристаллической решетки металла», непрерывно зависящие от векторного параметра — квазиимпульса \mathbf{p} . Магнитное поле, изменяя во времени параметр \mathbf{p} , а вместе с ним — расстояние между термами $\Delta_{ss'}(\mathbf{p})$, создает *нестационарное* возмущение, которое и вызывает переходы электрона с одного уровня на другой (межзонные переходы). Характерная величина этого возмущения $\delta E_{ss'}$ равна изменению ширины межзонной щели за время $\hbar/\Delta_{ss'}$. При $\delta E_{ss'}$, много меньшем ширины щели, вероятность перехода между уровнями s и s' пренебрежимо мала; если же величина возмущения сравнима с шириной щели, то

³ Отметим, что для некоторых s, s' щель $\Delta_{ss'}(\mathbf{p})$ может точно обращаться в нуль вдоль некоторой линии в импульсном пространстве. Такая линия точек вырождения возникает с необходимостью, например, у металлов с гексагональной плотной упаковкой. Может иметь место и случайное вырождение, которое априори надо ожидать примерно у половины металлов.

переходы становятся возможными — *наступает магнитный пробой*.

Оценим величину возмущения $\delta E_{ss'}$, которую, согласно определению, можно записать в виде

$$\delta E_{ss'} = \frac{\hbar}{\Delta_{ss'}} \left| \frac{\partial \Delta_{ss'}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} \cdot \mathbf{p} \right|,$$

где \mathbf{p} — скорость изменения квазиимпульса магнитным полем, определяемая классическим уравнением движения (5). Так как вдали от мест наибольшего сближения зон $|\partial \Delta_{ss'}/\partial \mathbf{p}|$ есть величина порядка характерной скорости электрона v_0 , то при $|\Delta_{ss'}| \sim \varepsilon_0$ имеем $\delta E_{ss'} \sim \hbar \omega_H$. В силу условия квазиклассичности (16) эта величина много меньше ширины щели. Таким образом, мы непосредственно убеждаемся в справедливости утверждения, что малость параметра κ позволяет пренебречь межзонными переходами в тех областях импульсного пространства, где межзонная щель *не мала*. Вблизи плоскостей наибольшего сближения зон, где $|\Delta_{ss'}(\mathbf{p})| = \Delta_0 \ll \varepsilon_0$, ситуация радикально изменяется, так как в этом случае возмущение⁴

$$\delta E_{ss'} \sim \hbar \omega_H \left(\frac{\varepsilon_0}{\Delta_{ss'}} \right) \gg \hbar \omega_H,$$

а критерий $\delta E_{ss'} \gtrsim \Delta_{ss'}$ приобретает вид

$$\hbar \omega_H \gtrsim \Delta_0^2 / \varepsilon_0. \quad (17)$$

Мы получили условие наблюдения магнитного пробоя. Теперь становится понятно, чего не хватает в «наивном» условии $\hbar \omega_H \gtrsim \Delta_0$: в его правой части отсутствует малый множитель Δ_0/ε_0 ! Он спасает положение, обеспечивая нужную величину магнитного поля пробоя

$$\hbar \omega_H(H_{\text{мп}}) \sim \frac{\Delta_0^2}{\varepsilon_0} \quad \text{или} \quad H_{\text{мп}} \sim \Delta_0^2 c / e \hbar v_0^2. \quad (18)$$

Это поле вполне достижимо экспериментально. Сейчас известно примерно 20 металлов с полем пробоя $H_{\text{мп}} \sim 10^4 - 10^5$ Э.

⁴ Внимательный читатель может заметить, что, несмотря на малость ширины щели, оценка $|\partial \Delta_{ss'}/\partial \mathbf{p}| \sim v_0$ не меняется. Это объясняется тем, что поверхность Ферми имеет вблизи плоскости наибольшего сближения зон аномальную кривизну.

Соотношение (18) не только позволяет найти правильный критерий магнитного пробоя, но и указывает характерную толщину слоя импульсного пространства, где происходят межзонные переходы. Она весьма мала — порядка Δ_0/v_0 . Поэтому область магнитного пробоя на плоскости $p_z = \text{const}$ обычно считается лишенной размеров точкой (узлом). Электрон движется по классической траектории данной зоны (скажем, зоны 1), достигает точки магнитного пробоя и здесь испытывает квантовое двухканальное рассеяние — есть отличная от нуля вероятность перехода электрона на классическую траекторию другой зоны (например, зоны 2). Этот переход соответствует магнитному пробую (канал пробоя). Одновременно существует и вероятность того, что электрон останется в начальной энергетической зоне (канал «непробоя»). Сумма обеих вероятностей, разумеется, равна единице.

Двухканальное рассеяние на центре магнитного пробоя полностью описывается матрицей второго ранга \hat{S} , которую, как любую матрицу рассеяния в квантовой механике, называют *s*-матрицей. Ее элементы связывают квазиклассические волновые функции в точке пробоя. Приведем вид *s*-матрицы

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} \sqrt{1-W} \exp i\Lambda, & \sqrt{W} \\ \sqrt{W}, & \sqrt{1-W} \exp(-i\Lambda) \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Недиагональные элементы s_{12} и s_{21} представляют собой амплитуды вероятности переходов электрона с изменением номера зоны: $2 \rightarrow 1$ и $1 \rightarrow 2$ соответственно. Их квадрат равен вероятности магнитного пробоя (межзонного туннелирования) $W = W(H)$. Диагональные элементы s_{11} и s_{22} — амплитуды вероятности рассеяния электрона без изменения номера зоны. Квадрат их модуля, как и должно быть, равен $1 - W(H)$. Величина $\Lambda = \Lambda(H)$ определяет скачок фазы волновой функции электрона, проходящего через область магнитного пробоя.

Динамические характеристики магнитного пробоя $W(H)$ и $\Lambda(H)$ вычисляются в явном виде (Слуцкий, 1966). Их расчет основан на математической процедуре, которая формализует рассуждения, проведенные выше для оценки поля магнитного пробоя $H_{\text{мп}}$. При этом используется только малость параметра квазиклассичности κ и отношения Δ_0/ε_0 . Вычисления приводят к вы-

воду, что W и Λ — универсальные функции безразмерного аргумента $H_0/H \cos \theta$, где θ — угол между магнитным полем \mathbf{H} и плоскостью наибольшего сближения зон, а константа H_0 по порядку величины совпадает с полем пробоя $H_{\text{мп}}$ из оценки⁵ (18). Вид функции $\Lambda(\mathbf{H})$ для нас не очень важен, а вот выражение для вероятности магнитного пробоя указать необходимо, тем более что оно имеет весьма простой вид:

$$W(\mathbf{H}) = \exp\left(-\frac{H_0}{H \cos \theta}\right). \quad (20)$$

Эта формула справедлива для любых напряженностей магнитного поля. Она показывает, что при $H \gg H_0$ магнитный пробой происходит с вероятностью, близкой к единице. В этом предельном случае электрон, как и в малых полях $H \ll H_0$, движется квазиклассически. Однако траектория, по которой он движется в большом поле, мало похожа на прежние, хотя и составлена из их кусков. Именно такая траектория и проявилась в экспериментах Пристли (см. рис. 12).

Подчеркнем, прохождение электрона через область магнитного пробоя не связано с диссипацией. Описание этого события в вероятностных терминах — следствие его квантовомеханического (волнового) характера. Ситуация в случае магнитного пробоя похожа на ситуацию при взаимодействии световой волны с границей двух прозрачных сред: свет частично проходит, частично отражается, но не поглощается.

Для полного описания динамики электрона в условиях магнитного пробоя вводится понятие МП-конфигурации (магнитопробойной конфигурации), которая представляет собой плоскую сеть на плоскости $p_z = \text{const}$, составленную из участков квазиклассического движения, связанных между собой областями (узлами) магнитного пробоя.

На рис. 13 схематически изображены примеры некоторых часто встречающихся МП-конфигураций: на рис. а—в — замкнутые, на рис. г—е — открытые, периодические в одном направлении. Возможны сколь угодно сложные МП-конфигурации, состоящие из очень

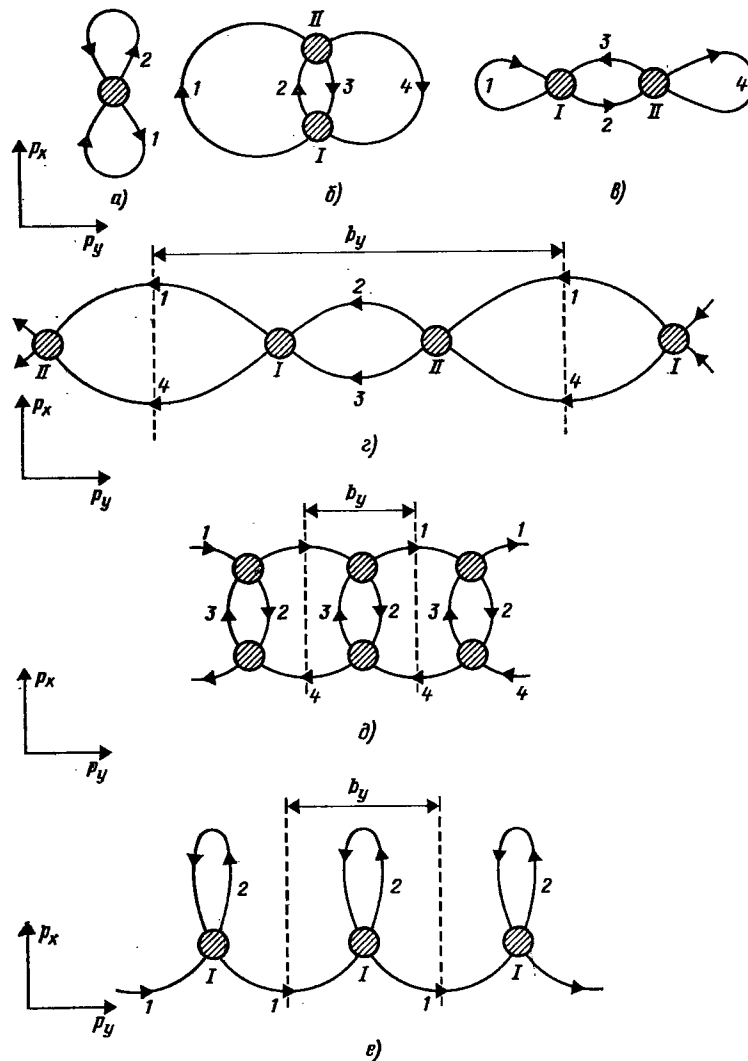


Рис. 13. Примеры МП-конфигураций. Арабские цифры — номера квазиклассических участков, римские — номера узлов магнитного пробоя

⁵ Вместо v_0^2 в H_0 фигурирует комбинация параметров, определяющих законы дисперсии вблизи плоскости наибольшего сближения зон.

большого числа квазиклассических участков. Заведомо они могут возникать при малом отклонении магнитного поля от направлений, приводящих к открытым МП-конфигурациям. В настоящее время подробно изучены свойства металла в двух типичных для эксперимента случаях: 1) замкнутые МП-конфигурации (см. рис. 13, $a—в$) и 2) одномерные открытые периодические МП-конфигурации (см. рис. 13, $г—е$). Именно этим случаям, естественно, будет уделено главное внимание в брошюре.

Возможно существование открытых аperiодических МП-конфигураций. Свойства металла, в частности его энергетический спектр, должны при этом существенно отличаться от свойств металла в перечисленных выше случаях. Эта ситуация пока мало изучена.

Для исследования свойств металлов в условиях магнитного пробоя необходим специальный теорфизический аппарат. Он должен учитывать специфику ситуации — квазиклассичность движения электрона по участкам МП-конфигурации и квантовое рассеяние на МП-узлах. Такой аппарат в настоящее время существует (Слущкин), составляя современную теорию магнитного пробоя.

Квазиклассичность движения электронов металла в магнитном поле позволяет многие результаты теории металлов выразить в геометрических терминах, относящихся к поверхности Ферми. Период осцилляций в эффекте де Гааза — ван Альфена и Шубникова — де Гааза обратно пропорционален экстремальной площади сечения поверхности Ферми — яркий пример сказанному. Характеристики других свойств выражаются через экстремальные диаметры поверхности Ферми, ее кривизну и т. д. Прохождение электроном области магнитного пробоя делает его движение неустранимо квантовым, заставляя пересмотреть все выводы электронной теории металла, относящиеся к свойствам металла в магнитном поле. Как мы увидим, результаты теоретического рассмотрения и в ситуации магнитного пробоя удается выразить в геометрических терминах, относящихся уже не к отдельным классическим орбитам, а к МП-конфигурациям в целом. Естественно, во все формулы входят элементы s -матриц, характеризующих МП-узлы (каждая — свой).

2. Движение электрона по МП-конфигурации. Парадоксы магнитного пробоя

Мы уже говорили в предыдущем разделе, что движение электрона квазиклассично не только при $W=0$ (магнитный пробой отсутствует), но и в случае предельно сильного магнитного пробоя ($W=1$). Каковы же свойства динамики электрона в наиболее важном с точки зрения физики магнитного пробоя промежуточном случае $W \neq 0$, $W \neq 1$?

Для исследования этой ситуации напрашивается следующий способ рассуждений. Поскольку выполнено условие квазиклассичности (16) и области магнитного пробоя очень малы, будем рассматривать электрон как классическую частицу, которая, двигаясь по МП-конфигурации, испытывает последовательное рассеяние на центрах магнитного пробоя. При каждом акте рассеяния электрон *либо* переходит на новую траекторию (вероятность этого события равна W), *либо* с вероятностью $1-W$ продолжает двигаться по прежней классической траектории. Иными словами, в условиях магнитного пробоя электрон совершает стохастическое (броуновское) движение по МП-конфигурации. Этот простой и, казалось бы, очевидный подход к динамике электрона при магнитном пробое приводит, однако, к парадоксальному результату.

Действительно, рассмотрим случайное блуждание электрона по какой-либо открытой периодической МП-конфигурации, у которой одинаково число квазиклассических участков с противоположными направлениями классического движения (пример — конфигурации рисунков 13, $г$ и $д$). Электрон, как броуновская частица, распространяется по такой траектории диффузно с коэффициентом диффузии $D_{м.п.}$, зависящим только от вероятности магнитного пробоя W , периода МП-конфигурации b_y и характерной циклотронной частоты ω_H . В общем случае $W(1-W) \sim 1$ величина $D_{м.п.} \sim b_y^2 \omega_H$. Согласно сформулированному ранее правилу соответствия между траекториями в пространствах импульсов и координат диффузия электрона по МП-конфигурации приводит к диффузии его в координатном пространстве поперек магнитного поля \mathbf{H} с коэффициентом

$$D = \left(\frac{c}{eH} \right)^2 D_{м.п.} \sim \left(\frac{cb_y}{eH} \right)^2 \omega_H.$$

А это в силу известного соотношения Эйнштейна для проводимости $\sigma = e^2 D (\partial n / \partial \epsilon_F)$ означает, что в пределе $\omega \tau \gg 1$ поперечная проводимость металла конечна и подобно $D_{\text{м.п}}$ не зависит от какого бы то ни было времени релаксации.

Таким образом, стохастический подход к магнитному пробоя далеко не «безобиден»: он утверждает, что пропускание электрического тока через металл в условиях магнитного пробоя приводит к конечному выделению джоулева тепла за единицу времени даже при нуле температуры и при полном отсутствии дефектов в кристаллической решетке металла.

Этот вывод не просто физически неприемлем, но и опровергается квантовомеханическим рассмотрением динамики электрона на периодической МП-конфигурации. Подобно тому как трансляционная симметрия кристаллической решетки металла обуславливает зонную структуру электронного энергетического спектра, так и периодичность МП-конфигурации в p -пространстве приводит (при фиксированном p_z) к появлению магнитных зон, имеющих в общем случае $W(1-W) \sim 1$ характерную ширину $\Delta \epsilon \sim \hbar \omega_H$.

По «правилу поворота на $\pi/2$ » периодичности в импульсном пространстве вдоль некоторого направления (для определенности — вдоль p_y) соответствует периодичность в координатном пространстве вдоль оси x . При этом в согласии все с тем же «правилом поворота», если период вдоль p_y есть b_y , то вдоль оси x он равен $a_H = cb_y / eH$. Сказанное означает, что состояния электрона в магнитных зонах можно классифицировать по магнитному квазиимпульсу P , представляющему собой одномерный аналог квазиимпульса p . Энергия электрона в магнитных зонах ϵ_n периодична по P с периодом $\Delta P = 2\pi \hbar N / cb_y$. Отсюда сразу же следует, что в стационарных квантовых состояниях электрона на периодической МП-конфигурации его средняя скорость поперек \mathbf{H} (вдоль оси x) есть

$$v_n(P) = \partial \epsilon_n / \partial P \sim \Delta \epsilon / \Delta P \quad (21)$$

— величина порядка обычной скорости электрона v_0 . Это — весьма важный вывод. Он показывает, что «квантовый» электрон по периодической МП-конфигурации в среднем движется так же, как «классический» электрон по открытой траектории.

Теперь обратимся ко второму соотношению в (14). Из него видно, что одна из компонент поперечной проводимости для открытых траекторий, а значит, и для открытой периодической МП-конфигурации пропорциональна времени электронной релаксации — результат, явно противоречащий выводам стохастического рассмотрения.

И тем не менее оба подхода — квантовый и стохастический — применимы для описания свойств металлов в условиях магнитного пробоя! Разумеется, каждый в своей области. Эта своеобразная двойственность магнитного пробоя будет полностью объяснена в разделе 4. Здесь же мы сделаем первый шаг: исследуем, как движется по МП-конфигурации квазиклассический волновой пакет, у которого квантовая неопределенность по квазиимпульсу Δp мала по сравнению с характерным импульсом p_0 , а соответствующая ей неопределенность по координате $\hbar / \Delta p$ много больше его дебройлевской длины волны, но много меньше характерного радиуса электронной траектории cp_0 / eH .

Из этого следует, что состояние электрона характеризуется двумя векторами \mathbf{P} и \mathbf{R} — центрами локализации электрона (пакета) в импульсном и координатном пространствах и номером энергетической зоны s , где электрон локализован. Изучая его развитие во времени, мы будем для простоты изложения считать, что МП-конфигурация состоит из квазиклассических участков только двух зон — $s=1$ и $s=2$ (см. рис. 13а). В начале, пока пакет находится далеко от узла магнитного пробоя (скажем, в зоне 1), его изменение во времени квазиклассично. Оно сводится только к перемещению центра пакета в соответствии с классическими уравнениями движения (5) и умножению его на фазовый множитель $\exp\{iS(t)/\hbar\}$, где $S(t)$ — приращение классического действия за время движения пакета. При прохождении центра пакета через узел магнитного пробоя происходит квантовый акт двухканального рассеяния электрона (разд. 1 наст. гл.), в результате чего квазиклассический пакет расщепляется на два. Один из пакетов соответствует каналу $1 \rightarrow 1$; он принадлежит начальной зоне 1 и отличается от «старого» пакета только тем, что умножается на амплитуду s_{11} — диагональный элемент s -матрицы (19). Другой («новый») пакет по форме своей волновой функции в p -пространстве также есть точная

копия старого, но локализован он в зоне 2 и умножается на амплитуду s_{21} . Каждый из возникших пакетов развивается квазиклассически до тех пор, пока не рассеется на узле магнитного пробоя, и т. д. Так как каждое рассеяние сопровождается рождением нового пакета, то их число стремительно (экспоненциально) возрастает со временем.

Если время отсчитывать от первого рассеяния, то акты рассеяния происходят в моменты

$$t_{l_1, l_2} = l_1 T_1 + l_2 T_2, \quad (22)$$

где l_1 и l_2 — целые положительные либо равные нулю числа, T_1 и T_2 — времена движения центра пакета по первому и второму участкам соответственно.

Выберем один из двух участков на исследуемой МП-конфигурации и обозначим его индексом γ , а тому участку, с которого началось движение, припишем индекс β . Каждому пакету, возникшему в момент времени t_{l_1, l_2} на данном участке γ , можно сопоставить определенную траекторию, которую проходит классическая частица за время t_{l_1, l_2} непрерывно перемещаясь между участками β и γ . Эту траекторию принято называть λ -путем. Целые числа l_1 и l_2 указывают кратность прохождения λ -пути по каждому из участков. Амплитуда пакета $a_{\beta\gamma}^\lambda$, соответствующего данному λ -пути, вычисляется так.

При каждом прохождении λ -пути через область магнитного пробоя в амплитуде появляется множитель, равный одному из элементов s -матрицы узла магнитного пробоя. Выбор же элемента очевиден: переходам с сохранением номера зон соответствуют диагональные элементы s_{11} и s_{22} , межзонным переходам — элементы s_{12} и s_{21} . Кроме того, амплитуда $a_{\beta\gamma}^\lambda$ содержит квазиклассический фазовый множитель $\exp\{i\varphi_\lambda\}$, где $\varphi_\lambda \hbar$ — приращение классического действия при прохождении λ -пути. Таким образом,

$$a_{\beta\gamma}^\lambda(l_1, l_2) = \exp(i\varphi_\lambda) \bar{a}_{\beta\gamma}(l_1, l_2), \quad (23)$$

где $\bar{a}_{\beta\gamma}^\lambda(l_1, l_2)$ содержит в качестве сомножителей только элементы s -матрицы узла магнитного пробоя.

Это рассуждение легко обобщается на МП-конфигурацию с любым числом квазиклассических участков. Если обозначить номер квазиклассического участка через α ($\alpha=1, \dots, N$, где N — число участков в МП-кон-

фигурации), то любой акт рассеяния происходит в момент

$$t(\vec{l}) = \sum_{\alpha=1}^N l_\alpha T_\alpha = \vec{l} \vec{T}, \quad (24)$$

где l_α — целые положительные либо равные нулю числа, а T_α — время движения центра пакета по α -му участку. Наборы из N чисел, относящихся к МП-конфигурациям, удобно изображать в виде векторов (букв со стрелками), что позволяет использовать символы векторной алгебры. Мы и дальше будем использовать этот прием. Тогда обобщением формулы (23) для произвольной МП-конфигурации служит

$$a_{\beta\gamma}^\lambda(\vec{l}) = \exp(i\varphi_\lambda) \bar{a}_{\beta\gamma}(\vec{l}), \quad (25)$$

где $\hbar\varphi_\lambda$ — приращение классического действия, а $\bar{a}_{\beta\gamma}(\vec{l})$ содержит в качестве множителей только элементы матриц узлов магнитного пробоя конфигурации.

Принципиальную роль во всей ситуации магнитного пробоя играет то обстоятельство, что паре участков (β, γ) и времени $\vec{l} \vec{T}$ можно сопоставить, как правило, много λ -путей, отличающихся порядком прохождения квазиклассических участков и, следовательно, амплитудами $a_{\beta\gamma}^\lambda(\vec{l})$. Этим путям соответствуют пакеты, *одно-временно* пришедшие на участок γ . Такие пакеты *интерферируют* между собой, т. е. их амплитуды складываются. Именно в этом проявляется *квантовость* ситуации в случае магнитного пробоя. В случае квазиклассики ($W=0$ или $W=1$) для каждой пары участков (если они связаны между собой классической траекторией) существует только один λ -путь.

Сумма амплитуд интерферирующих пакетов

$$A_{\beta\gamma}(\vec{l}) = \sum_{\lambda} a_{\beta\gamma}^\lambda(\vec{l}) \quad (26)$$

представляет собой квантовую амплитуду вероятности обнаружить электрон на участке γ в момент времени $\vec{l} \vec{T}$ при условии, что он вышел из β -го участка. В формулы входит, однако, не амплитуда вероятности, а сама вероятность $W_{\beta\gamma}^{\text{кв}}$, связанная с A соотношением

$$W_{\beta\gamma}^{\text{кв}}(\vec{l}) = |A_{\beta\gamma}(\vec{l})|^2. \quad (27)$$

Эта величина уже не содержит квазиклассического множителя, общего для всех амплитуд из суммы по λ -путям (26), и зависит таким образом только от характеристик рассеяния электрона на узлах магнитного пробоя — элементов s -матриц МП-конфигураций.

Прямое вычисление амплитуды (26) требует применения комбинаторики, что в простейших случаях, конечно, не вызывает затруднений. Однако ввиду экспоненциального роста числа λ -путей (при достаточно больших значениях чисел l_α) комбинаторный расчет может оказаться очень громоздким. В действительности можно обойтись без комбинаторики, так как существует алгоритм для вычисления $A_{\text{пр}}(\vec{I})$, основанный на свойствах амплитуд как сумм по λ -путям. Этот алгоритм — один из элементов техники теоретической физики, специально созданной для исследования свойств металла в условиях магнитного пробоя.

3. Электронный энергетический спектр в условиях магнитного пробоя

В первой главе, где описана обычная квазиклассическая ситуация, мы говорили, что в магнитном поле уровни энергии электрона квантуются, причем правило их квантования дается выражением (9). Оно показывает, что расстояние между квантованными уровнями энергии $\varepsilon = \varepsilon_n(p_z)$ весьма слабо зависит от номера уровня n и равно $\hbar\omega_H(\varepsilon, p_z)$. Такому эквидистантному спектру соответствует строго периодическое движение квазиклассического волнового пакета по замкнутой электронной орбите с периодом $T_H = 2\pi/\omega_H$. Согласно сказанному в предыдущем разделе в условиях магнитного пробоя вместо простого периодического движения центра пакета возникает сложная картина квантовой интерференции λ -путей. Ясно, что в этом случае энергетический электронный спектр (МП-спектр) качественно отличается от квазиклассического. Чтобы показать, какова его структура, приведем несколько примеров дисперсионных уравнений, т. е. уравнений, решение которых — уровни энергии электрона.

При произвольной замкнутой конфигурации с одним магнитопробойным узлом (см. рис. 13, а) дисперсионное уравнение имеет следующий вид:

$$D(\varphi_1, \varphi_2) \equiv \cos\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) - \sqrt{1-W} \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) = 0, \quad (28)$$

где φ_α ($\alpha=1, 2$) с точностью до не слишком существенной константы, зависящей от скачка фазы Λ , см. (19), есть набег фазы квазиклассической волновой функции при прохождении α -го участка. Учитывая связь p - и g -траекторий электрона в магнитном поле, нетрудно убедиться, что всегда

$$\varphi_\alpha = \frac{c}{e\hbar h_\alpha} \int_\alpha p_g^\alpha dp_g \quad (29)$$

(интегрирование ведется вдоль p -траектории по α -му участку). Естественно, все φ_α суть функции энергии ε и проекции импульса p_z , так как именно эти величины определяют траекторию. Если α -й участок, как в данном случае, представляет собой замкнутую кривую, то интеграл (29) определяет площадь, заключенную внутри траектории.

При двух магнитопробойных узлах (см. рис. 13, б) дисперсионное уравнение, естественно, усложняется

$$D(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4) \equiv \cos\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4}{4}\right) - \sqrt{W_I W_{II}} \cos\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_4}{2} - \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{2}\right) - \sqrt{(1-W_I)(1-W_{II})} \cos\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_4}{2} - \frac{\varphi_2 + \varphi_3}{2}\right) = 0. \quad (30)$$

Римские цифры (I и II) обозначают номера узлов магнитного пробоя.

Оба эти уравнения удобны для демонстрации перехода к квазиклассической ситуации ($W \rightarrow 0$ и $W \rightarrow 1$). Например, согласно (28) при $W=0$ квантуются исходные площади, а при $W=1$ — их сумма.

При $W(1-W) \neq 0$ дисперсионные уравнения не имеют простого геометрического смысла. Кроме того, хотя набег фаз φ_α , а также величины, входящие в s -матрицы, описывающие узлы магнитного пробоя, плавно зависят от ε и p_z , уровни энергии $\varepsilon_n(p_z)$, определяемые дисперсионными уравнениями, оказываются расположенными хаотически (при фиксированных значениях p_z), а их зависимости от p_z при фиксированных значениях n — случайными функциями с аномально малым

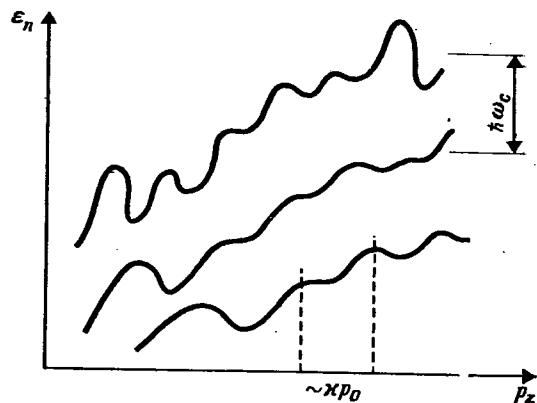


Рис. 14. Зависимость энергии электрона ϵ_n от p_z при магнитном пробое

характерным интервалом изменения по p_z порядка квантового масштаба κp_0 (рис. 14). Причина этого в несоизмеримости больших квазиклассических фаз, входящих в дисперсионные уравнения. В последней фразе очень важен эпитет «*большие*» перед словом «*фазы*». Напомним, что фазы тем больше, чем лучше выполняется условие (16).

Хаотический характер зависимостей $\epsilon_n(p_z)$ не изменяет оценок, справедливых в квазиклассическом пределе: среднее расстояние между соседними уровнями $\sim \hbar \omega_H$, а $\partial \epsilon_n(p_z) / \partial p_z \sim v_0$.

В случае открытых МП-конфигураций, как следует из соображений трансляционной симметрии, приведенных в разд. 2, МП-спектр имеет зонную структуру. Ниже мы приведем пример дисперсионного уравнения, порождающего спектр магнитных зон. Для открытой МП-конфигурации, изображенной на рис. 13, з:

$$\begin{aligned} D(\vec{\varphi}, k) &\doteq \cos\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4}{4} - \right. \\ &- \sqrt{(1 - W_I)(1 - W_{II})} \times \cos\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_4}{2} - \frac{\varphi_2 + \varphi_3}{2}\right) - \\ &- \sqrt{W_I W_{II}} \cos\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_3}{2} - \frac{\varphi_2 + \varphi_4}{2} + k\right) = 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Здесь k -безразмерный квазиимпульс, связанный с магнитным квазиимпульсом P соотношением $k = cb_y P / ehH$.

Индексы I и II имеют тот же смысл, что и раньше. В пределе $W_I = W_{II} = 0$ МП-конфигурация распадается на две замкнутые, и каждая площадь квантуется независимо. А в противоположном случае $W_I, W_{II} = 1$ образуются две перелетающие открытые траектории с противоположными направлениями движения.

Мы специально привели несколько примеров спектральных функций $D(\vec{\varphi})$ и $D(\vec{\varphi}, k)$, чтобы продемонстрировать весьма важное их свойство: будучи тригонометрическими полиномами от фаз φ_α и k , функции D имеют *сравнительно простую* (аналитическую) структуру. Порожденный же ими энергетический спектр магнитного пробоя $\epsilon = \epsilon_n(p_z, k)$, определяемый спектральными уравнениями (28), (30), (31) и подобными им, благодаря несоизмеримости фаз и их производных по ϵ и p_z хаотичен (квазислучаен). Зависимость фаз $\varphi_\alpha(n, p_z, k) \equiv \varphi_\alpha(\epsilon_n(p_z, k), p_z)$ от квантовых чисел n, p_z (и k) также квазислучайна: при изменении номера МП-терма на несколько единиц и вариации p_z на весьма малую величину, сравнимую с κp_0 , переменные $2\pi\{\varphi_\alpha(n, p_z, k)/2\pi\}$ ($\{x\}$ означает дробную часть числа x) плотно и беспорядочно заполняют N -мерный куб со стороны 2π . Такое поведение фазы вызывает заманчивую мысль при вычислении характеристик металла «сократить описание», рассматривая фазы φ_α (и k) как *независимые переменные*. Последовательная теория показывает, что так делать можно. Именно эта идея и лежит в основе упоминавшегося выше аппарата теоретической физики, описывающего макроскопические свойства металлов в условиях магнитного пробоя.

Таким образом, неустраняемая (несмотря на малость параметра квазиклассичности κ) квантовость магнитного пробоя выражается прежде всего в появлении эффективных «квантовых чисел» — фазовых переменных φ_α (и k). При этом спектральные функции $D(\vec{\varphi}, k)$ во многом играют такую же роль, как законы дисперсии $\epsilon(\mathbf{p})$ в классической теории, а аналогом поверхности Ферми выступает N -мерная спектральная поверхность

$$D(\vec{\varphi}, k) = 0 \quad (32)$$

в $(N+1)$ -мерном φ, k -пространстве (ее называют D -поверхностью). Многие физические величины выражаются

непосредственно в терминах функции $D(\vec{\varphi}, k)$, например средняя скорость электрона в стационарных состояниях МП-спектра.

Поверхности Ферми металлов весьма разнообразны, разнообразны и МП-конфигурации. Каждая МП-конфигурация порождает свою D -поверхность. МП-конфигурация и D -поверхность зависят не только от металла, но от направления магнитного поля. Изменяя его, мы можем изменять и D -поверхность. И все же, как показывает анализ, все D -поверхности похожи одна на другую: любая из них открыта и представляет собой набор гофрированных гиперплоскостей в $\vec{\varphi}, k$ -пространстве.

4. Когерентный и стохастический магнитный пробой

В разделе 2 этой главы мы бегло упомянули о двойственности магнитного пробоя. Теперь мы имеем возможность объяснить столь необычное явление. Оно вызвано тем, что интерференционная картина движения волнового пакета в условиях магнитного пробоя чрезвычайно чувствительна к влиянию слабо неоднородных полей малой амплитуды, практически несущественных для классической динамики электронов. Откуда же возникает такая чувствительность?

Элементарные амплитуды $a_{\beta\gamma}^{\lambda}(\vec{l})$ (см. (25)) содержат квазиклассические экспоненциальные факторы $\exp(i\varphi_{\lambda})$. В случае однородного поля все φ_{λ} для разных λ -путей одинаковы, и потому при вычислении вероятности перехода электрона (волнового пакета) с участка β на участок γ выпадают, так как вероятность пропорциональна $|A_{\beta\gamma}(\vec{l})|^2$ (см. (27)). В неоднородном случае фазы, соответствующие различным λ -путям, не совпадают и

$$|A_{\beta\gamma}(\vec{l})|^2 = \sum_{\lambda} |a_{\beta\gamma}^{\lambda}(\vec{l})|^2 + \dots,$$

где точки означают сумму слагаемых, содержащих перекрестные экспоненты $\exp\{i(\varphi_{\lambda} - \varphi_{\lambda'})\}$.

Если неоднородное возмущение таково, что за время прохождения электроном классического участка МП-конфигурации оно способно изменить приращение действия на величину, превосходящую постоянную План-

ка \hbar , то фазы $(\varphi_{\lambda} - \varphi_{\lambda'})$ при $\lambda \neq \lambda'$ велики, а экспоненты быстро осциллируют с ε и p_z . При вычислении любых характеристик металла производится интегрирование по p_z и ε , в результате чего быстро осциллирующие слагаемые, естественно, выпадают. Это позволяет про-

$$|A_{\beta\gamma}(\vec{l})|^2 \rightarrow \sum_{\lambda} |a_{\beta\gamma}^{\lambda}(\vec{l})|^2. \quad (33)$$

Трактовка последней формулы очевидна: в ней λ -пути выступают как *броуновские траектории* классической частицы, совершающей *случайные блуждания* по МП-конфигурации. При этом $|a_{\beta\gamma}^{\lambda}(\vec{l})|^2$ есть *вероятность реализации* определенного λ -пути частицей, вышедшей из участка β и пришедшей на участок γ за время $\vec{l}\vec{T}$. Она, как мы говорили, равна произведению W и $(1-W)$ МП-узлов данной магнитопробойной конфигурации.

Таким образом, даже слабо неоднородное или слабо переменное поле, разрушая когерентную интерференцию, стохастизирует динамику электрона. При этом поле (причина стохастизации!) выпадает из окончательных выражений для характеристик металла. Совокупность явлений, возникающих в этой ситуации, называется *стохастическим магнитным пробоем*. Когда влиянием слабо неоднородных полей можно пренебречь, когерентные эффекты проявляются полностью, и вся физическая картина качественно отличается от стохастического магнитного пробоя. Эта ситуация называется *когерентным магнитным пробоем*.

Наиболее интересны случайные слабо неоднородные и слабо переменные поля, созданные неоднородностями кристаллической решетки (дислокациями, фононами при низких температурах и т. д.). Их влияние описывают в терминах, принятых в физической кинетике. В случайном слабо неоднородном поле электрон испытывает малоугловое рассеяние, если изменение его импульса $q_{м.у} \ll p_0$. Аномальная чувствительность МП-спектра к небольшому изменению p_z и P_x существенно повышает эффективность малоуглового рассеяния. Это — одна из основных специфических черт магнитного пробоя. Если в квазиклассике поведение кинетических коэффициентов зависит от соотношения между характерным изменением импульса $q_{хар}$ и фермиевским импуль-

сом p_0 , то в условиях магнитного пробоя роль p_0 играет квантовая величина $(\hbar\omega_H/\epsilon_0)p_0 \ll p_0$ (см. (16)).

Для того чтобы выяснить эффективность малоуглового рассеяния в условиях магнитного пробоя, приведем соответствующие оценки. Для фонона $q_{м.у} \sim \sim p_0(T/\Theta_D)$, и условие $q_{м.у} \geq \kappa p_0$ выполняется при $T \geq \frac{\hbar\omega_H}{\epsilon_0} \Theta_D \sim 10^{-3} - 10^{-4}$ К при $H \sim 10^4 - 10^5$ Э. Для дислокаций $q_{м.у} \sim \hbar/d$, где d — среднее расстояние между дислокациями, и критерий эффективности малоуглового рассеяния сводится к необременительному условию $d \lesssim r_H$.

Итак, оценки показывают, что малоугловое рассеяние в условиях магнитного пробоя может быть вполне эффективным. Роль различных механизмов рассеяния определяется сравнением соответствующих им частот столкновений $\nu = 1/\tau$. Можно выделить четыре качественно различных предельных случая. Обозначив суммарную частоту малоуглового рассеяния через $\nu_{м.у}$, а частоту рассеяния на примесях — через $\nu_{пр}$ (при примесном рассеянии $q_{хар} \sim p_0$), имеем:

- 1) $\nu_{м.у} \ll \nu_{пр} \ll \omega_H$; 2) $\nu_{пр} \ll \nu_{м.у} \ll \omega_H$;
- 3) $\nu_{пр} \ll \omega_H \ll \nu_{м.у}$; 4) $\omega_H \ll \nu_{пр}$.

В первых двух случаях столкновения не разрушают МП-спектра, так как время жизни стационарного состояния много больше ларморовского периода $T_H = 2\pi/\omega_H$. Это — ситуация когерентного магнитного пробоя. В третьем случае спектр электрона в магнитном поле разрушен малоугловым рассеянием. Этот факт не зависит от величины вероятности магнитного пробоя W . Однако в квазиклассике ($W(1-W) = 0$) разрушение спектра приводит только к исчезновению осцилляционных эффектов (де Гааза—ван Альфена и Шубникова—де Гааза), не затрагивая плавной зависимости от магнитного поля H кинетических коэффициентов ввиду малой эффективности малоуглового рассеяния⁶. В условиях магнитного пробоя выполнение неравенства $\nu_{м.у} \gg \gg \omega_H$ не только ликвидирует квантовые осцилляции, но и полностью перестраивает плавную часть кинетических коэффициентов, так как рассеяние на МП-узлах высту-

пает как стохастический фактор. Это — ситуация стохастического магнитного пробоя. Подчеркнем, что система неравенств 3 предполагает выполнение еще одного неравенства $\nu_{м.у}^{тр} \sim \nu_{м.у} \left(\frac{q_{м.у}}{p_0} \right)^2 \ll \omega_H$, означающего, что «классическому» электрону как примесное, так и малоугловое рассеяние не мешают много раз до эффективного рассеяния пройти замкнутую МП-конфигурацию или пройти много периодов по открытой МП-конфигурации.

Случай 4 для нас не интересен: в главном приближении по $\omega_H/\nu_{пр}$ кинетические характеристики металла вовсе не зависят от магнитного поля.

5. Геометрическая интерпретация

Речь пойдет о влиянии магнитного пробоя на кинетические характеристики металла, такие, как электро- и теплопроводность, коэффициент поглощения звука и т. п. В отсутствие магнитного пробоя различают плавную зависимость кинетических коэффициентов от магнитного поля и их осцилляции, обусловленные квантованием движения электронов в магнитном поле. Естественно поставить вопрос: как модифицируются эти зависимости за счет магнитного пробоя? В этом и следующем разделах рассмотрено влияние магнитного пробоя на плавную часть зависимости кинетических коэффициентов от магнитного поля.

Асимптотическая зависимость всех кинетических коэффициентов от магнитного поля существенно связана с характером движения электронов проводимости в магнитном поле. При магнитном пробое квазиклассичность движения электронов проявляется только при их движении по участкам МП-конфигурации. Вся картина, как мы говорили выше, носит квантовый характер из-за интерференции волновых пакетов, пришедших на данный участок.

В квазиклассике малость квазиклассического параметра (16) приводит к эквидистантности уровней энергии электронов и позволяет получить ответы в виде интегралов по поверхности Ферми. В случае магнитного пробоя геометрическая картина существенно усложняется. Прежде всего приходится выйти за пределы трехмерного p -пространства, так как к интегрированию по-

⁶ Как правило, это относится и к эффектам типа циклотронного или геометрического резонансов.

поверхности Ферми добавляется интегрирование по D -поверхности.

В отсутствие малоуглового рассеяния, когда роль столкновений может быть описана единым временем релаксации, интерпретация получающихся результатов для любого статического кинетического коэффициента сравнительно проста. За переходы между отдельными квазиклассическими участками на МП-конфигурациях ответственна так называемая *кинетическая матрица* $M_{\alpha\beta}$, равная сумме вероятностей того, что электрон, испытавший как магнитопробойное, так и диссипативное рассеяние, к моменту времени \vec{t} попадет на участок γ с участка β . Вся сумма есть математическое ожидание числа попаданий на участок γ электрона, находившегося в начальный момент времени на β -м участке.

Важно подчеркнуть, что структура кинетической матрицы не зависит от того, какой кинетический коэффициент мы изучаем. Это — *универсальная* характеристика металла в условиях магнитного пробоя (конечно, зависящая от величины и направления магнитного поля).

В квазиклассическом пределе выражение для кинетического коэффициента автоматически переходит в сумму по классическим орбитам — исходным при $W=0$ и составным при $W=1$. Если при некоторых значениях p_z вероятность пробоя равна нулю, то кинетический коэффициент автоматически разбивается на сумму классического и магнитопробойного слагаемых. Часто интервал значений p_z с $W(1-W) \sim 1$ очень мал, значительно меньше p_0 , и все же магнитопробойное слагаемое оказывается порядка или даже больше классического. Например, когда в результате магнитного пробоя возникает открытая МП-конфигурация, это приводит к существенному росту поперечной проводимости.

Геометрическая интерпретация результатов по магнитному пробоям позволяет рассказать о специфическом магнитопробойном явлении — *КМП-анизотропии*. Буква К перед привычной аббревиатурой МП означает «когерентный». Явление наблюдается в условиях когерентного магнитного пробоя.

Вернемся к D -поверхности. Ее размерность определяется числом квазиклассических участков на МП-конфигурации. Но среди участков могут быть и *тождественные*.

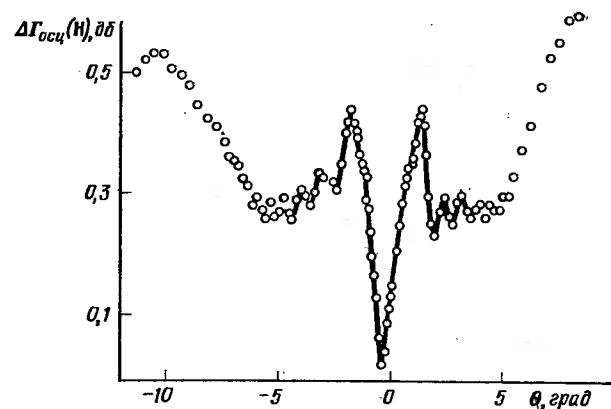


Рис. 15. Зависимость коэффициента поглощения звука $\Delta\Gamma$ в бериллии от направления магнитного поля

венные. Правда, для этого магнитное поле \mathbf{H} должно быть направлено вдоль какого-либо из хороших направлений в кристалле; изменение направления, конечно, ликвидирует тождество. К чему же это приводит? Анализ показывает, что *тождественные участки надо считать по одному разу*. Поэтому размерность $\vec{\phi}$ -пространства при изменении направления магнитного поля может измениться. Ясно, что при этом изменится и величина любого кинетического коэффициента.

В этом пока нет ничего удивительного. Удивительно то, что *изменение* происходит при совершенно незначительном изменении направления магнитного поля: ведь квазиклассические фазы велики и для изменения их на величину порядка единицы достаточно изменить направление магнитного поля на угол (в радианах) $\sim \hbar\omega_H/e_0$ или в зависимости от симметрии задачи $\sim (\hbar\omega_H/e_0)^{1/2}$. Так как $\hbar\omega_H/e_0 \sim 10^{-4}$, то даже в «худшем» случае характерный угол проявления анизотропии когерентного магнитного пробоя $\sim 10^{-2}$ рад $\leq 1^\circ$. Рис. 15 демонстрирует анизотропию такого рода на примере коэффициента поглощения звука в бериллии.

Отметим, что КМП-анизотропия кинетических коэффициентов должна возникать не только при отклонении магнитного поля от симметричных направлений, но и при переходе от открытых периодических магнитопро-

бойных конфигураций к замкнутым. Переход происходит тогда, когда \mathbf{H} выходит из плоскости, перпендикулярной направлению открытости. Особенность этого случая — появление очень большого числа независимых фаз при слабой аперiodичности конфигурации магнитного пробоя (размерность Φ -пространства существенно возрастает). Это должно привести к ряду интересных, однако, пока мало изученных явлений. КМП-анизотропия, конечно, исчезает в квазиклассическом пределе $W(1-W)=0$.

6. Гальваномагнитные явления в условиях магнитного пробоя

Асимптотическое поведение компонент тензора проводимости σ_{ik} по параметру $\omega_{\text{H}} \gg 1$ так же, как в квазиклассике, зависит от того, замкнута МП-конфигурация или открыта. Эта асимптотика находится из столь же простых соображений, что и в квазиклассическом приближении (первая глава, разд. 5). Детального рассмотрения требует выяснение зависимости от вероятности магнитного пробоя. Мы, конечно, не имеем возможности ее вывести и ограничимся констатацией ряда специфических для магнитного пробоя особенностей.

Начнем с замкнутой МП-конфигурации.

Первый неожиданный результат состоит в том, что холловские компоненты тензора проводимости не чувствительны к магнитному пробоя: справедлива формула (15), выведенная при классическом рассмотрении. При этом n_e и n_h — плотности электронов и дырок — в обычном, классическом смысле, т. е. при $W=0$.

Что касается других поперечных компонент тензора σ_{ik} (σ_{xx} и σ_{yy}), то, как и в квазиклассическом случае, они пропорциональны $(\omega_{\text{H}})^{-2}$, а их специфические для магнитного пробоя черты можно охарактеризовать так: во-первых, должна наблюдаться КМП-анизотропия; во-вторых, переход от магнитопробойных значений к квазиклассическим происходит на узких (по W) интервалах магнитного поля, где $W(1-W) \sim (\omega_{\text{H}})^{-1} \ll 1$.

Существование открытых МП-конфигураций, как обычно, проявляется в том, что в направлении, перпендикулярном направлению открытости, проводимость остается конечной при $\omega_{\text{H}} \rightarrow \infty$. Холловские компонен-

ты для открытых МП-конфигураций имеют качественное иное поведение в сравнении с замкнутыми конфигурациями. В частности, кроме квазиклассического слагаемого (15), появляется специфическое магнитопробойное слагаемое. Это особенно существенно для компенсированных металлов — может возникнуть *магнитопробойная раскомпенсация*.

Теория позволяет вычислить компоненты тензора электропроводности (и любого другого кинетического коэффициента), вычислить, зная закон дисперсии электронов (в данном случае — зависимости m^* , p_y , v_z и т. п. от p_z) и вероятности магнитного пробоя.

Сказанное в этом разделе — самый простой вариант теории. Ведь мы ограничились τ -приближением, попросту опустив малоугловое рассеяние⁷. А ведь мы утверждали, что оно может существенно изменить всю картину кинетических явлений в металлах при магнитном пробое. К сожалению, общая теория слишком сложна для изложения в этой брошюре. Подчеркнем только, что учет малоуглового рассеяния может существенно изменить значения тензора электропроводности не только при переходе к стохастическому магнитному пробоя, но и в рамках когерентного магнитного пробоя, когда выполнено условие 2 на с. 46. Если же вероятность малоуглового рассеяния мала по сравнению с вероятностью рассеяния на примесях (условие 1), то τ -приближение правильно описывает ситуацию.

Главная роль малоуглового рассеяния (при выполнении условия 2) в создании своеобразного эргодического распределения электронов по МП-конфигурации. Это распределение не зависит ни от параметров малоуглового рассеяния, ни от вероятности пробоя. Перемешав электроны по всем квазиклассическим участкам, малоугловое рассеяние «делает свое дело» и... выпадает из ответов. Стационарность этого состояния обеспечивает-

⁷ При очень низкой температуре, когда рассеяние на фононах не существенно, в кристалле, в котором нет или почти нет дислокаций, а диссипативные процессы определяются столкновениями с примесями, τ -приближение вполне пригодно, так что рассмотрение в τ -приближении полезно. Часто оно позволяет объяснить реальную экспериментальную ситуацию. Кроме того, оно дает возможность выявить особенности, присущие магнитному пробоя, в облегченных условиях, когда понимание полученных результатов менее затруднительно, чем в общем случае. А это всегда очень существенно.

ся рассеянием электронов на примесях. Поэтому в ответ входит частота электрон-примесного рассеяния. Но эргодическое распределение, вообще говоря, не совпадает с классическими, возникающими в пределах $W=0$ и $W=1$. Переход к классике происходит при $W(1-W) \lesssim \frac{v_{пр}}{v_{м.у}} \ll 1$ (см. условие 2).

При стохастическом магнитном пробое, когда выполнено условие 3, полное описание кинетических явлений возможно при любом соотношении между $v_{пр}$ и ω_H . Малоугловое рассеяние в данном случае разрушает интерференционные эффекты, естественно, не сказываясь на динамике электрона в областях магнитного пробоя. Под словом «естественно» подразумевается, что электрон не успевает испытать малоуглового рассеяния за время прохождения области магнитного пробоя. Для этого достаточно, чтобы $\tau_{м.у}\omega_H$ было больше $(\hbar\omega_H/\epsilon_0)^2$, а это величина, как мы помним, значительно меньшая единицы.

Как мы уже говорили, в условиях стохастического магнитного пробоя малоугловое рассеяние разрушает когерентность. Магнитный пробой начинает играть роль стохастического фактора, а характеристики малоуглового рассеяния вообще выпадают из окончательных выражений для компонент σ_{ik} .

Поведение поперечных (относительно магнитного поля H) компонент проводимости, как обычно, главным образом зависит от геометрии МП-конфигурации — открытая она или закрытая. Когда МП-конфигурация закрытая, то, как и в случае когерентного магнитного пробоя, роль малоуглового рассеяния сводится к перемещению электронов по квазиклассическим участкам МП-конфигурации (эргодичность), характеристики магнитного пробоя выпадают из ответа, а диссипативные компоненты σ_{xx} и σ_{yy} определяются рассеянием электронов на примесях. Хотя по порядку величины σ_{xx} и σ_{yy} в условии стохастического магнитного пробоя близки к своим классическим значениям (если, конечно, в квазиклассической ситуации траектории электронов тоже замкнуты), они с ними все же не совпадают, так что при изменении магнитного поля, сопровождающемся изменением вероятности пробоя, меняются и компоненты проводимости.

Особо эффектно стохастичность магнитного пробоя

проявляется, когда МП-конфигурация открыта, так как в этом случае роль времени релаксации играет время между магнитопробойными столкновениями. Их частота порядка $W\omega_H$, а *характеристики истинных столкновений вообще выпадают из ответа*. Значение проводимости вдоль направления открытости зависит, конечно, от структуры конфигурации.

Когда вероятности пробоя отличаются от единицы на величину $\lesssim 1/\tau_{пр}\omega_H$, то МП-конфигурация превращается в обычную квазиклассическую открытую траекторию, и истинная частота столкновений «вступает в свои права», определяя значение σ_{xx} .

Сравнивая гальваномагнитные явления в условиях магнитного пробоя с гальваномагнитными явлениями в квазиклассической ситуации, мы убеждаемся, что магнитный пробой приносит много нового. Надо ясно себе представлять, что роль магнитного пробоя не ограничивается созданием новых траекторий, которые особенно отчетливо обнаруживаются в квазиклассическом пределе, при $W=1$. Мы не имели возможности остановиться на температурной зависимости гальваномагнитных характеристик в условиях магнитного пробоя. Они могут быть весьма интересными. Скажем, магнитный пробой создал узкий слой открытых траекторий, причем такой узкий, что достаточно одного столкновения электрона с фононом (даже при низких температурах), чтобы электрон покинул этот слой. Но ведь это значит, что время релаксации, которое входит в выражение для соответствующей проводимости, будет содержать не T^5 , как обычно, а T^3 (посмотрите еще раз на формулу (3) и примыкающий к ней текст). К сожалению, еще мало экспериментальных исследований температурных зависимостей в условиях магнитного пробоя. Пока главное внимание уделяют зависимостям от магнитного поля: от его величины и направления.

7. Осцилляционные явления и магнитный пробой

Все свыклись с мыслью, что природа квантовых осцилляционных явлений — в поочередном прохождении при изменении обратного магнитного поля дискретных квазиэквидистантных уровней энергии мимо энергии Ферми. Основываясь на этой идее, мы (в первой главе) рассказывали об эффекте де Гааза—ван Альфена. Мо-

жет показаться, что неупорядоченность энергетического спектра в условиях магнитного пробоя полностью смазывает картину осцилляций. В действительности это не так, что (напомним) нам уже известно. Ведь обнаружен магнитный пробой был именно по замеченным странностям в эффекте де Гааза—ван Альфена на магнии.

Итак, квантовые осцилляции при магнитном пробое есть. Однако благодаря специфике магнитопробойного спектра⁸ они качественно сложнее, чем в квазиклассическом случае. Главное отличие в том, что квантовые осцилляции кинетических величин (сопротивления, теплопроводности и т. п.) отличаются от осцилляций термодинамических величин (магнитного момента, магнитной восприимчивости).

Начнем с осцилляций термодинамических величин, т. е. с эффекта де Гааза—ван Альфена. Основное отличие от квазиклассики — увеличение числа периодов. Каждая МП-конфигурация порождает много различных «площадей», которые электрон с разной вероятностью обходит при своем движении. Все они дают вклад в термодинамические характеристики.

«Площади» создаются замкнутыми λ -путями — их естественно назвать петлями. В зависимости от направления движения электрона петли могут быть электронными и дырочными. Выпишем значения возможных периодов, соответствующих определенной МП-конфигурации (обобщение формулы (12)):

$$\Delta\left(\frac{1}{H}\right) = \frac{2\pi e\hbar}{c} / |\sum_i k_i S_i|. \quad (34)$$

Здесь S_i — площадь i -петли со своим знаком (электронная петля — $S_i > 0$, дырочная петля — $S_i < 0$), число петель определяется структурой МП-конфигурации; k_i — кратность прохождения электроном каждой петли: индекс «экстр» опущен, но период, конечно, определяется экстремальной по p_z «площадью» $|\sum_i k_i S_i(p_z)|$.

Формула (34) показывает, что в условиях магнит-

⁸ Магнитопробойный спектр отнюдь не случаен. Анализ (и именно осцилляционных эффектов) показывает, что он занимает промежуточное место между строго упорядоченным (квазиэквидистантным) спектром в квазиклассических условиях и случайным спектром истинно неупорядоченных систем (неупорядоченных сплавов, жидких металлов и т. п.).

ного пробоя число несоизмеримых периодов в отличие от квазиклассического случая бесконечно велико (кратности k_i могут быть сколь угодно большими). Они образуют бесконечную последовательность с точкой сгущения: $\Delta(1/H) \rightarrow 0$. Так как в начале последовательности $\Delta(1/H)$ расположены на конечных расстояниях друг от друга, то отдельные «гармоники» (слагаемые с определенным не слишком малым периодом) выделяются. Кроме того, вклад в термодинамические характеристики гармоник с достаточно малыми периодами в реальных условиях пренебрежимо мал.

Следует отметить и подчеркнуть, что существование открытой МП-конфигурации не ликвидирует осцилляций. На открытой МП-конфигурации возможны петли и, в частности, такие, которые не помещаются в пределах одной ячейки обратной решетки.

Теория квазиклассического эффекта де Гааза—ван Альфена связывает амплитуду каждой «гармоники» с температурой Дингла. В условиях магнитного пробоя, кроме температуры Дингла, амплитуду «гармоники» определяет и вероятность пробоя: чем большее число магнитопробойных узлов надо пройти частице, чтобы опустить петлю, тем, естественно, амплитуда меньше: ведь каждый узел добавляет множитель \sqrt{W} или $\sqrt{1-W}$. Но так как вероятности пробоя W и непробоя $1-W$ не зависят от температуры, то температурная зависимость амплитуд осцилляций по-прежнему определяется отношением $\hbar\omega_H/k_B T^*$. Здесь, правда, ω_H имеет несколько иной смысл, чем ω_H в формуле (7). Эффективная мас-

са, входящая в выражение для ω_H , определяется производной по энергии от «площади» петли. Эта величина может оказаться значительно меньше, чем эффективная масса электронной или дырочной орбиты (при $W=0$), а в некоторых направлениях даже обратиться в нуль. В этом случае амплитуда осцилляций заметно возрастает — в $(\epsilon_0/\hbar\omega_H)^{1/2}$ раз.

Обратимся теперь к осцилляциям кинетических величин (электро- и теплопроводности, сопротивления, «константы» Холла и т. п.). В квазиклассике их природа (природа эффекта Шубникова—де Гааза) та же, что и природа эффекта де Гааза—ван Альфена. И не только природа в некоем обобщенном смысле слова: периоды

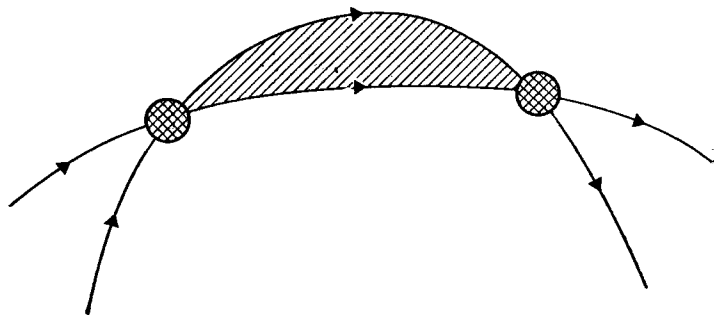


Рис. 16. Кинетические характеристики имеют периоды, определяемые площадями лунок (лунка заштрихована)

осцилляций термодинамических и кинетических характеристик в условиях квазиклассики (при $W(1-W)=0$) одинаковы.

В обобщенном смысле слова природа осцилляционных эффектов кинетических характеристик металла в условиях магнитного пробоя та же, что термодинамических: проявляет себя вырождение функции распределения и волновой характер динамики электрона. Но конкретное осуществление иное — периодов больше! Сопоставление формул для термодинамических и кинетических характеристик позволяет указать два наиболее важных типа «нетермодинамических» периодов: во-первых, они определяются площадями лунок (что такое лунка, ясно из рис. 16), во-вторых, разностью площадей классических орбит, начинающихся и оканчивающихся на одном и том же участке.

Оба типа периодов обнаружены экспериментально: лунка — у Mg, разность площадей — у Al. Особый интерес представляет случай, когда разности площадей классических орбит малы за счет отклонения магнитного поля H на малый угол θ от симметричного направления (при $\theta=0$ площади равны и период отсутствует). Это — проявление в осцилляционных явлениях когерентной магнитопробойной анизотропии, описанной ранее. Для этого случая характерна слабая температурная зависимость амплитуды осцилляций, так как соответствующая ей эффективная масса аномально мала ($m^* \sim \theta m$ или даже $\theta^2 m$).

Мы «обещали» не говорить о двумерных МП-конфигурациях. Нарушим свое «обещание», чтобы рассказать

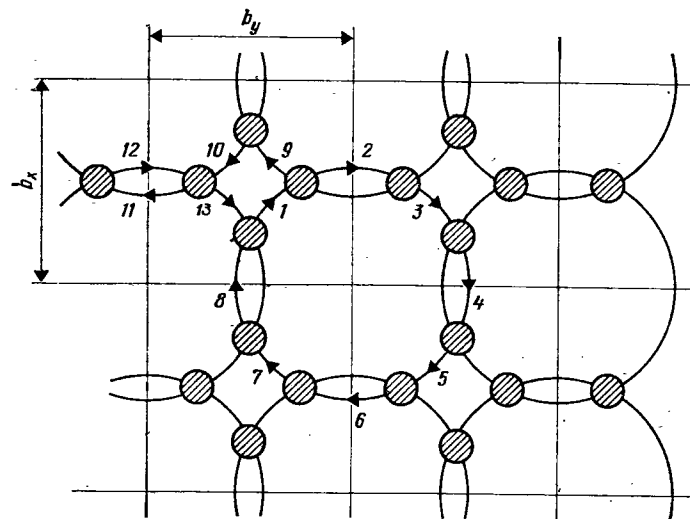


Рис. 17. Двухмерная периодическая МП-конфигурация

об одном интересном проявлении кинетических осцилляций. Разностный характер кинетических периодов приводит (правда, при избранном направлении магнитного поля H) к периоду, обратно пропорциональному площади элементарной ячейки $b_x b_y$. На рис. 17 нарисована двумерная периодическая конфигурация общего типа (ее усложнение, как легко понять, не изменит результата). Существуют два замкнутых пути, начинающихся на одном и том же участке: один — электронный, а другой — дырочный, разность площадей внутри которых есть площадь элементарной ячейки.

Действительно, электронный путь (он обозначен номерами участков) 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 7 — 8 — 1, дырочный — 1 — 9 — 10 — 11 — 12 — 11 — 12 — 13 — 1. Осцилляции с таким периодом наблюдались на олове Sn. Наблюдению благоприятствует тот факт, что период (площадь элементарной ячейки $b_x b_y$) не зависит ни от энергии электрона ϵ , ни от проекции его импульса на магнитное поле H . Поэтому амплитуда не уменьшается температурным размытием фермиевской ступеньки и рассеянием (температурой Дингла). Казалось бы, должны возникнуть осцилляции

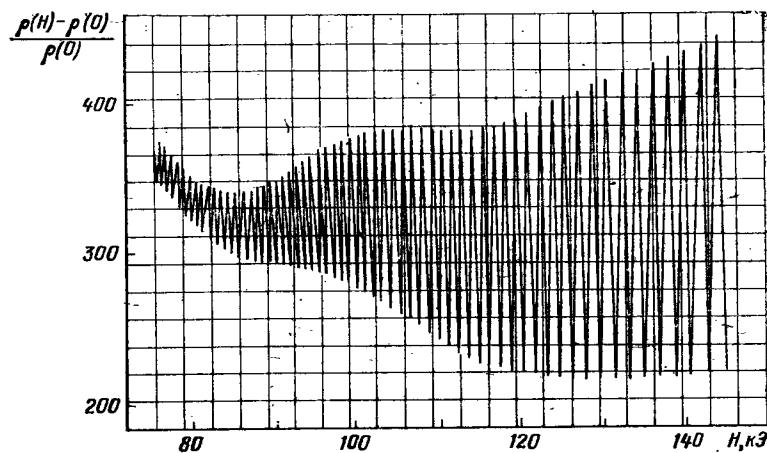


Рис. 18. Гигантские осцилляции сопротивления Be в условиях магнитного пробоя

очень большой амплитуды, гигантские. В действительности амплитуда все же мала, но не из-за температурного фактора, а потому что на соответствующих λ -путях много магнитопробойных узлов и «набегает» сравнительно большое число сомножителей \sqrt{W} , $\sqrt{1-W}$. Так что наблюдать осцилляции можно, но они все же не гигантские.

Объяснить разностную структуру периодов «на пальцах» трудно (а может быть, мы не умеем). Напомним только, что «площади» пропорциональны «набегу» фазы волновой функции. Следовательно, разность площадей есть следствие разности фаз: МП-конфигурация играет роль своеобразного квантового интерферометра, фиксируя совпадение с точностью до 2π фаз волновых функций электронов,двигающихся различными λ -путями.

А теперь о гигантских осцилляциях. На рис. 18 показаны поистине гигантские осцилляции сопротивления Be. Их магнитопробойная природа несомненна. Как их можно объяснить? Прежде всего отметим, что гигантские осцилляции в условиях магнитного пробоя не редкость. Они обнаружены и на Al, Sn, Mg, Zn и других металлах. У всех этих веществ МП-конфигурации отличаются тем, что у них квазиклассические участки обыч-

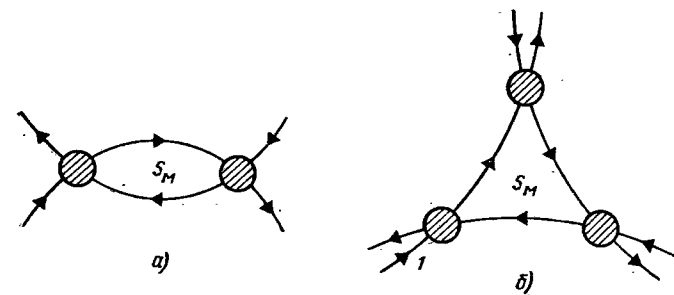


Рис. 19. Малые связывающие орбиты: а — «двуугольник»; б — «треугольник»

ных размеров ($\sim p_0$) связаны между собой аномально малой замкнутой орбитой, период обращения по которой $\sim (\delta p/p_0)\omega_H^{-1} \ll \omega_H^{-1}$ ($\delta p \ll p_0$ — характерный размер малой орбиты). Известны малые связывающие орбиты двух типов: «двуугольники», проходящие через два магнитопробойных узла (рис. 19, а, Al, Sn) и «треугольники» с тремя узлами магнитного пробоя (рис. 19, б, Be, Mg, Zn).

Пренебрегая временем прохождения по малой орбите, можно всю ее с принадлежащими ей узлами считать *эффективным магнитопробойным узлом* и характеризовать эффективной вероятностью пробоя $W_{\text{эфф}}$. Проходя через эффективный магнитопробойный узел, электрон может совершить разное число оборотов по малой орбите. Каждый оборот соответствует приращению фазы его волновой функции, равному cS_M/ehH , где S_M — площадь малой орбиты (скачки фазы мы опустили). Поэтому естественно, что эффективная вероятность — периодическая функция обратного магнитного поля.

В случае «двуугольников» (рис. 19, а) эффективная вероятность пробоя может обратиться в единицу (!), если выполнено соотношение, напоминающее условие квантования (9):

$$S_M(\epsilon_F, p_z) = \frac{2\pi ehH}{c} (n + \Lambda), \quad n — \text{целые числа.} \quad (35)$$

При выполнении этого условия квазиклассические волны, отраженные от магнитопробойных узлов малой

орбиты, в точности гасят друг друга, что и обуславливает полную прозрачность эффективного магнитопробойного узла. Это интерференционное явление селективной прозрачности малых орбит с двумя эквивалентными узлами аналогично известному просветлению оптики — резкому увеличению прозрачности плоскопараллельной пластины, наступающему при определенном соотношении толщины пластины и длины волны.

Для «треугольника» (рис. 196) полная прозрачность эффективного узла магнитного пробоя не наступает ни при каком значении магнитного поля, но вероятность пробоя эффективного узла существенно зависит от величины магнитного поля (осциллирует).

Вследствие периодической зависимости эффективной вероятности пробоя от магнитного поля малая орбита «управляет» движением электронов по всей МП-конфигурации. Это приводит к специфическим магнитопробойным осцилляциям кинетических коэффициентов с периодом, обратно пропорциональным экстремальной площади малой орбиты.

Отличительная черта этих осцилляций — их гигантская амплитуда. Пусть при эффективной вероятности магнитного пробоя, равной нулю, открытая МП-конфигурация распадается на две закрытые. Это происходит периодически. Также периодически все гальваномагнитные характеристики изменяются — от собственных открытых конфигураций к характеристикам замкнутых конфигураций и обратно. Относительное изменение сопротивления при этом может значительно превышать единицу.

И еще: малые орбиты как эффективные магнитопробойные узлы могут управлять не только когерентным движением по МП-конфигурациям, что очевидно, но и стохастическим движением, если малоугловое рассеяние, хаотизируя фазу на больших участках МП-конфигурации, не успевает изменить фазу волновой функции за время движения по малой орбите.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем итоги. Мы рассказали о влиянии магнитного пробоя на два подробно изученных и активно изучаемых явления в физике металлов. Оба явления в условиях магнитного пробоя претерпевают существенную

перестройку, приобретая новые (часто качественно новые) черты, иногда выявляя скрытые в других ситуациях взаимодействия. Так, малоугловое рассеяние, практически не проявляющее себя, когда справедливо квазиклассическое приближение, может определять картину транспортных явлений в условиях магнитного пробоя.

Рассказанное — не все, что известно о магнитном пробое. Теоретически, а в ряде случаев и экспериментально исследовано взаимодействие электронов с высокочастотными полями, электромагнитным и звуковым. При теоретическом исследовании высокочастотных свойств особенно удобно пользоваться геометрической интерпретацией, описанной в разделе 5 гл. 2: поглощение электроном высокочастотного кванта света или звука можно трактовать как переход электрона из одной точки многомерного Φ -пространства в другую.

Ничего не было сказано о возможных применениях магнитного пробоя. А ведь уже выдано авторское свидетельство на датчик для измерения и стабилизации сильных магнитных полей, использующий гигантские магнитопробойные осцилляции сопротивления Ве. Точность измерения магнитного поля при этом сравнима с точностью датчиков, использующих явление ядерного магнитного резонанса, а схема и применяемые приборы гораздо проще.

Не нашлось места рассказу об уточнениях электронного спектра металлов с помощью магнитного пробоя. А ведь наблюдение магнитопробойных осцилляций сопротивления и термоэдс Nb и V позволило достоверно установить, что их поверхности Ферми содержат не обнаруженный ранее лист — так называемый октаэдрон. Кроме того, сравнение полей пробоя $H_{м.л}$ в Nb и Ta — металлах, имеющих подобные поверхности Ферми, позволило сделать заключение о зависимости величины спин-орбитального взаимодействия в переходных металлах от положения в Периодической системе. Эта информация уникальна, так как обычные специфические методы не обладают нужным разрешением.

И еще. Мы говорили, что в условиях магнитного пробоя сочетаются (переплетаются, неразделимы) квазиклассическое и квантовое поведение электронов. Перераспределять эти свойства необычайно легко — небольшим изменением величины или направления магнитного

поля, изменением температуры, деформацией кристалла, не заметной по другим свойствам.

Эта чувствительность делает образец металла, в котором наблюдается магнитный пробой, прекрасной и, возможно, простейшей модельной системой для многих тонких, трудно доступных, но привлекательных свойств и явлений. Например, оказалось, что в условиях магнитного пробоя должно быть сравнительно легко наблюдать разнообразные нелинейные эффекты: отклонение от закона Ома, неустойчивость — свойства, с помощью которых создаются столь необходимые в технике приборы и устройства — генераторы, усилители. Или: выяснено, что с помощью магнитного пробоя должна быть естественным образом (при небольшом отклонении магнитного поля от симметричного направления) наблюдается локализация движущегося (квазисвободного) электрона в случайном поле сил — явление, на теоретическое описание и экспериментальное осуществление которого тратят много сил физики в последние годы.

Обратите внимание на слова «должно», «должна». Это — теоретические предсказания, ожидающие своего экспериментального осуществления. А последнее предсказание (Слущкина и Горелика — о локализации электрона) уже нашло свое экспериментальное подтверждение.

ЛИТЕРАТУРА

- Каганов М. И. Электроны, фононы, магноны. М., Наука, 1979.
Каганов М. И., Филатов А. П. Поверхность Ферми. М., Знание, 1969.
Электроны проводимости. Под ред. М. И. Каганова и В. С. Эдельмана, гл. III и VI. М., Наука, 1985.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава первая — вводная	5.
1. Электроны проводимости — квантовый газ	5.
2. Простейшая модель металла Друде—Лоренца—Зоммерфельда	7
3. Электроны в периодическом поле кристаллической решетки	9.
4. Электроны в магнитном поле. Эффект де Гааза—ван Альфена	15.
5. Гальваномагнитные явления	23.
Глава вторая — собственно о магнитном пробое	27
1. Обнаружение. Определения	27
2. Движение электрона по МП-конфигурации. Парадоксы магнитного пробоя	35.
3. Электронный энергетический спектр в условиях магнитного пробоя	40.
4. Когерентный и стохастический магнитный пробой	44
5. Геометрическая интерпретация	47
6. Гальваномагнитные явления в условиях магнитного пробоя	50
7. Осцилляционные явления и магнитный пробой	53.
Заключение	60.
Литература	62.

Моисей Исаакович Кагаиов
Александр Абрамович Слуцкий

МАГНИТНЫЙ ПРОБОЙ

Гл. отраслевой редактор **Л. А. Ерлыкин**
Редактор **К. А. Кутузова**
Мл. редактор **Н. А. Сергеева**
Обложка художника **Г. Ш. Басырова**
Худож. редактор **М. А. Гусева**
Техн. редактор **С. А. Птицына**
Корректор **В. В. Каночкина**

ИБ № 7302

Сдано в набор 30.05.85. Подписано к печати 25.07.85. Т 14320.
Формат бумаги 84×108¹/₃₂. Бумага тип. № 3. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 3,36. Усл. кр.-отг. 3,57.
Уч.-изд. л. 3,34. Тираж 33 850 экз. Заказ 1236. Цена 11 коп.
Издательство «Знание». 101835, ГСП, Москва, Центр, проезд Серова, д. 4. Индекс заказа 854009.
Типография Всесоюзного общества «Знание». Москва, Центр. Новая пл., д. 3/4.
www.infanata.org